

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка
Фізико-математичний факультет

ФІЗИКО- МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА

Збірник наукових праць

ВИПУСК 1 (5)

Суми – 2013

Друкується згідно з рішенням вченої ради фізико-математичного факультету
Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка

Редакційна колегія

Ф.М. Лиман	доктор фізико-математичних наук, професор
С.П. Рашупкін	доктор фізико-математичних наук, професор
В.Ю. Сторіжко	доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАНУ
В.С. Іваній	кандидат технічних наук, професор
М.В. Каленик	кандидат педагогічних наук, доцент
Т.Д. Лукашова	кандидат фізико-математичних наук, доцент
С.В. Петренко	кандидат фізико-математичних наук, доцент
А.О. Розуменко	кандидат педагогічних наук, доцент
О.В. Семеніхіна	кандидат педагогічних наук, доцент
О.Д. Стадник	кандидат фізико-математичних наук, доцент
Р.І. Холодов	кандидат фізико-математичних наук, доцент

**Ф45 Фізико-математична освіта: Зб. наукових праць. – Суми : Вид-во
СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2013. – №1 (5). – 204 с.**

До збірника увійшли матеріали доповідей старшокурсників та викладачів фізико-математичного факультету Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка, які обговорювалися на звітній науковій конференції викладачів та студентів у квітні 2013 року.

Статті презентують результати кваліфікаційних робіт та дисертаційних досліджень в галузях фізики, математики та використання інформаційних технологій в освіті.

Матеріали подаються в авторській редакції.

ЗМІСТ

НАУКОВІ ТА МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ	6
<i>Груба М.О.</i>	<i>6</i>
МІЖПРЕДМЕТНІ ЗВ'ЯЗКИ КУРСІВ ГЕОМЕТРІЇ ТА КРЕСЛЕННЯ ПІД	
ЧАС ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ГЕОМЕТРИЧНІ ПОБУДОВИ НА ПЛОЩИНІ»	6
<i>Кочерженко В.І.</i>	<i>14</i>
ФОРМУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЇ КУЛЬТУРИ МАЙБУТНЬОГО	
ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ – ОДНА З НАЙВАЖЛИВІШИХ ЦІЛЕЙ	
ЙОГО ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ	14
<i>Кулик В.І.</i>	<i>19</i>
ОСОБЛИВІ РОЗВ'ЯЗКИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ПЕРШОГО	
ПОРЯДКУ	19
<i>Мартиненко О.В., Бойко О.М.</i>	<i>24</i>
МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ	
ФУНКЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ	24
<i>Онишкевич О.С.</i>	<i>32</i>
ПОСЛІДОВНОСТІ ФІБОНАЧЧІ ТА ЛЮКА	32
<i>Петренко С.В., Нестеренко І.О.</i>	<i>38</i>
АКСІОМАТИЧНИЙ ПІДХІД ДО ВИВЧЕННЯ ШКІЛЬНОГО КУРСУ	
ГЕОМЕТРІЇ	38
<i>Петренко С.В., Шарай К.О.</i>	<i>47</i>
ФОРМУВАННЯ ТВОРЧОЇ ОСОБИСТОСТІ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ	
(з досвіду роботи вчителя математики А.І. Азаренкової)	47
<i>Погребний В.Д.</i>	<i>53</i>
ТРАНСФІНІТНІ ЗАМИКАННЯ	53
<i>Почерніна І.А.</i>	<i>56</i>
СИМЕТРІЯ В МАТЕМАТИЦІ ТА КРИСТАЛОГРАФІЇ	56
<i>Розуменко А.О., Лунгор І.В.</i>	<i>62</i>
САМОСТІЙНА РОБОТА УЧНІВ ПРОФЕСІЙНО-ТЕХНІЧНИХ УЧИЛИЩ	
У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ	62
<i>Синько Л.С.</i>	<i>69</i>
ФОРМУВАННЯ ПРОСТОРОВОЇ УЯВИ СТАРШОКЛАСНИКІВ	
НА УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ	69
<i>Чугаєва М.О.</i>	<i>77</i>
КРИТОСИСТЕМИ З ВІДКРИТИМ ТА ЗАКРИТИМ КЛЮЧЕМ	77
<i>Шевченко О.О.</i>	<i>82</i>
МІЖПРЕДМЕТНІ ЗВ'ЯЗКИ ГЕОМЕТРІЇ ТА ЕЛЕМЕНТІВ СТОХАСТИКИ	82
<i>Ярова А.Ю.</i>	<i>87</i>
ЗАДАЧІ НА ГЕОМЕТРИЧНІ НЕРІВНОСТІ В ПОЗАКЛАСНІЙ РОБОТІ	87

НАУКОВІ ТА МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ ФІЗИЧНОЇ ОСВІТИ	95
<i>Андрієнко О.В.</i>	95
ДИФУЗІЙНІ ПРОЦЕСИ В АСИМЕТРИЧНИХ ПЛІВКОВИХ СИСТЕМАХ Co/Cu/Fe.....	95
<i>Баштова А.І.</i>	100
МОДЕЛЮВАННЯ ЕВОЛЮЦІЇ МІКРОСТРУКТУРИ КРИСТАЛІЧНИХ СИСТЕМ ПІД ДІЄЮ ОПРОМІНЕННЯ	100
<i>Бойченко О.В.</i>	107
МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОНОВ С ПОРИСТЫМИ СРЕДАМИ	107
<i>Великодна В.В.</i>	115
ДОСЛІДЖЕННЯ УРАНОМІСТКИХ МІНЕРАЛІВ ЗОНДОВИМИ МЕТОДАМИ μ -PIXE та SEM-EDX.....	115
<i>Коренев О.І.</i>	123
ОСНОВОПОЛОЖНІ ФІЗИЧНІ ЕКСПЕРИМЕНТИ.....	123
<i>Люльченко С.А.</i>	130
КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОДИНОЧНЫХ ИОНОВ С БИОЛОГИЧЕСКИМИ СРЕДАМИ С ПОМОЩЬЮ GEANT4	130
<i>Могильний І.В.</i>	141
ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК β -РОЗПАДУ	141
<i>Новак І.М.</i>	148
ІННОВАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ВИКЛАДАННЯ ФІЗИКИ.....	148
<i>Сіренко В.В.</i>	154
ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОТИ ДОЗИМЕТРА-РАДІОМЕТРА МКС-01Р	154
<i>Юрченко А.О.</i>	160
СПЕКТРАЛЬНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ	160
ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА ЇХ ВИКОРИСТАННЯ.....	167
<i>Бабич О.</i>	167
ВІЗУАЛІЗАЦІЯ ІНФОРМАЦІЇ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ.....	167
<i>Дудка О.М.</i>	171
ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ З АСТРОНОМІЇ ТА ЇХ ВИКОРИСТАННЯ У НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ	171
<i>Корнійко К.П.</i>	178
ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ НЕВЛАСНИХ ІНТЕГРАЛІВ (за допомогою сервісу «Wolfram Alpha»)	178
<i>Крутько І.О.</i>	182
ВИКОРИСТАННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ПРИ НАВЧАННІ ГЕОМЕТРІЇ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ.....	182

<i>Семеніхіна О.В., Кушнерьов О.</i>	187
АВТОМАТИЗАЦІЯ ПОШУКУ В ЕЛЕКТРОННІЙ БІБЛІОТЕЦІ	187
<i>Шамшина Н.В.</i>	194
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГРАММЫ MS ACCESS ДЛЯ СОЗДАНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ.....	194

НАУКОВІ ТА МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ

УДК 372.851

М.О. Груба*Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка*

МІЖПРЕДМЕТНІ ЗВ'ЯЗКИ КУРСІВ ГЕОМЕТРІЇ ТА КРЕСЛЕННЯ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ГЕОМЕТРИЧНІ ПОБУДОВИ НА ПЛОЩИНІ»

Постановка проблеми. В Українському педагогічному словнику (1997р.) міжпредметні зв'язки тлумачаться як "взаємне узгодження навчальних програм, зумовлене системою наук і дидактичною метою" [3, 210]. На думку авторів словника, міжпредметні зв'язки відображають комплексний підхід до виховання й навчання, який дає можливість виділити як головні елементи змісту освіти, так і взаємозв'язки між навчальними предметами. На будь-якому етапі навчання міжпредметні зв'язки виконують виховну, розвиваючу й детермінуючу функцію, оскільки підвищують продуктивність перебігу психічних процесів.

До надбань класичної педагогіки у становленні міжпредметних зв'язків слід віднести: обґрунтування необхідності відображення у навчальному пізнанні реально існуючих взаємозв'язків системи "людина – природа"; визначення світоглядної та розвивальної функцій міжпредметних зв'язків, їх позитивний вплив на формування системи наукових знань та загальний рівень розумового розвитку учнів; розробку методики скоординованого викладання різних предметів.

Варто зазначити, що проблема міжпредметних зв'язків традиційно досліджується на рівні формування змістової основи знань, а останнім часом і як дієвий шлях удосконалення змісту навчання.

Аналіз актуальних досліджень. Н.А. Сорокін, В.М. Федорова, Д.М. Кирюшкін та інші розглядають міжпредметні зв'язки як дидактичну умову, яка позитивно впливає на основні компоненти процесу навчання, сприяючи при цьому підвищенню науковості і доступності навчання.

Є.Г. Шмуклер підходить до розгляду міжпредметних зв'язків як до складної дидактичної системи взаємопов'язаних елементів, у основі якої лежать спільність понятійного апарата, узгодженість логічних структур навчальних предметів, методів дослідження.

Н.М. Захарова розглядає міжпредметні зв'язки як прояв дидактичного принципу систематичності. Останній відображає загальне філософське поняття

про взаємозв'язок явищ і узгоджується з фізіологічним і психологічним поняттям про системність у роботі мозку [6, 20].

Г.І. Вергелес, досліджуючи міжпредметні зв'язки на рівні спільності знань, операційних компонентів, мотивів, вважає їх однією з найважливіших дидактичних основ, які забезпечують ефективне формування навчальної діяльності школярів.

І.Д. Зверев, В.М. Максимова, Н.А. Лошкарьова та інші визначають міжпредметний зв'язок як самостійний дидактичний принцип, що передбачає вивчення навчального матеріалу з урахуванням змісту суміжних дисциплін.

Уточнюючи суть поняття "міжпредметні зв'язки", В.М. Максимова акцентує увагу на тому, що заключним етапом встановлення такого зв'язку є формування міжпредметного поняття як нового, узагальненого результату пізнання, що, відбиваючись у мові, стимулює розвиток мислення і мовлення учнів, а отже закріплюється не лише у знаннях, а й в уміннях учнів [5, 6].

Одним з повних визначень є наступне, яке дає Афанасьєва І.О.: «Міжпредметні зв'язки є педагогічна категорія для позначення синтезуючих, інтеграційних відносин між об'єктами, явищами і процесами реальної дійсності, що знайшли своє віддзеркалення в змісті, формах і методах навчально-виховного процесу і виконуючих освітню, розвиваючу і виховну функції в їх обмеженій єдності» [2].

Ми поділяємо думку З.І. Слєпкань, яка вважає, що міжпредметні зв'язки забезпечують:

- узгоджене в часі вивчення різних навчальних дисциплін з метою їх взаємної підтримки;
- обґрунтовану послідовність у формуванні понять;
- єдність вимог до знань, умінь і навичок;
- використання при вивченні одного предмету знань, одержаних при вивченні інших предметів;
- ліквідацію невинновданого дублювання в змісті навчальних предметів;
- показ спільності методів, які застосовуються в різних дисциплінах (генералізація знань);
- розкриття взаємозв'язку природних явищ, показ єдності світу;
- підготовку учнів до оволодіння сучасними технологіями [8, 52].

В сучасних умовах наукової інтеграції особливо важливим фактором системного формування змісту навчального предмета, який засвоюється у формі фактів, уявлень, понять, закономірностей і теорій, а також структури предмета є міжпредметні зв'язки. Проблема їх реалізації є актуальною.

Мета статті – обґрунтувати необхідність та ефективність реалізації міжпредметних зв'язків курсів геометрії та креслення та запропонувати один із шляхів їх використання при навчанні учнів теми «Геометричні побудови на площині».

Виклад основного матеріалу. Навряд чи знайдеться серед навчальних шкільних предметів два таких споріднених за своїм змістом, методами і цілями, як геометрія і креслення. І хоч у першому переважають аналітико-синтетичні, а в другому конструктивні методи, вони «виростають з одного наукового кореня» і розв'язують з дещо різних точок зору по суті тотожні завдання: вивчення властивостей просторових образів і конфігурацій за їх моделями, зображеннями на площині та проекціями на координатній вісі. Через те надзвичайно важливо і повчально знайти і дослідити спільне і різне між цими предметами та встановити між ними суттєві зв'язки. На жаль, у процесі вивчення геометрії і креслення такі зв'язки і в підручниках з цих предметів майже не реалізуються, тоді як ми маємо цікаві приклади узгодженості в розв'язанні однієї спільної проблеми за допомогою різних методів, причому аналітико-синтетичними методами користуються переважно математики, а графічними — інженери.

Креслення як навчальний предмет (у вищій і середній школі) виділялось з геометричної науки поступово, під впливом вимог техніки.

Так, рисунки — зображення головних рис споруд — зустрічаються вже в писаних джерелах наприкінці XVI ст. А в XVII—XVIII ст. виникла потреба в зображенні архітектурних, топографічних, машинобудівних та інших споруд, деталей внутрішніх частин парової машини, мостів тощо; виникає потреба й в масштабних зображеннях, типізації і стандартизації побудов та оформленні рисунків. Графічне розв'язання перелічених питань вимагало серйозного геометричного обґрунтування, особливо тих властивостей фігур, на які спирається візуальне їх зображення. У зв'язку з цим при вивченні геометричних фігур (елементів простору) довелося розрізняти два типи їх властивостей:

- властивості метричні;
- властивості позиційні, графічні або візуальні.

До перших відносять ті властивості фігур, що ґрунтуються на понятті міри. Сюди належать питання про вимірювання відрізків; відстаней, кутів, площ, поверхонь, об'ємів тощо.

Метричні властивості фігур вивчає переважно елементарна геометрія (зокрема, шкільний курс), аналітична та диференціальна. Тим часом позиційні властивості фігур вивчає геометрія проєктивна і нарисна, а в цілому — геометрія положення, причому нарисна геометрія тісно пов'язана з геометрією проєктивною. Головне завдання нарисної геометрії в тому, що вона застосовує методи проєктивної геометрії до побудови образів двовимірних і тривимірних фігур на тій чи іншій конкретній поверхні і дає графічні способи розв'язання різних задач за допомогою цих образів. Щоправда, сучасна нарисна геометрія здійснює зазначені завдання переважно на плоскій поверхні — площині, причому до побудованих образів ставляться такі дві обов'язкові вимоги:

- щоб той образ, який дістаємо, цілком визначав величину, форму й положення даної фігури в просторі (двовимірному чи тривимірному);

- щоб з властивостей утвореного образу можна було судити про властивості самої зображуваної форми, і навпаки.

Цими умовами забезпечується поєднання теорії з практикою. Справді, при виконанні другої умови нарисна геометрія розвивається в теоретичному напрямі, а при здійсненні першої умови вона стає прикладною дисципліною й широко застосовується в техніці, будівництві, мистецтві тощо. Саме ці прикладні питання нарисної геометрії і становлять зміст курсу креслення як навчального предмета. Значить, відношення між геометрією і кресленням є в певному розумінні відношенням між теорією і практикою.

Креслення, як складова частина геометричної науки, перебуває в тісному зв'язку з потребами народногосподарської практики.

Для ґрунтовного засвоєння курсу креслення треба досить широко знати нарисну, проєктивну і елементарну геометрію, а також специфічні особливості різних галузей техніки.

Звідси випливає важливий практичний висновок про загальний напрям встановлення зв'язків у викладанні креслення і геометрії:

Щоб підвищити науковий рівень викладання креслення в школі, учителів креслення слід ширше використовувати знання, відомі учням з курсу геометрії; для вчителів геометрії, в свою чергу, креслення є прекрасним засобом практичного застосування геометричної теорії.

Геометрія дає теоретичні основи методів зображення плоских і просторових фігур на площині: планіметрія дає основи для вивчення геометричного креслення, а стереометрія – для вивчення креслення проєкційного. У креслення і геометрії є й свої відмінності: геометрія повинна дати теоретичну підготовку учням, тоді як у кресленні переважає прикладний, практичний характер знань. На жаль, у багатьох школах немає зв'язку і координації між кресленням і геометрією. Отже, зв'язок і узгодження, між геометрією і кресленням повинні стати найтіснішими. Поряд з позитивним значенням і впливом такого взаємозв'язку існує й небезпека, що один з предметів буде підпорядкований другому, точніше креслення буде підпорядковане геометрії.

Креслення має свої важливі самостійні завдання, про які не слід забувати. Викладання геометрії і креслення в умовах сучасної школи треба максимально наблизити до життя, до практичних потреб виробництва.

Креслення в школі вивчається як окремий навчальний предмет. Проте навчання креслення в загальноосвітній школі за своїм змістом і цілями значно відрізняється від його вивчення в спеціалізованих середніх і вищих навчальних закладах. Якщо курс креслення у вузі чи технікумі має дати студентам графічну підготовку, потрібну для їх майбутньої спеціальності, то перед шкільним курсом креслення стоїть значно вужче завдання — дати учням елементарні знання з основ технічного креслення, практичні вміння і навички, потрібні для читання та самостійного виконання ескізів і нескладних рисунків. Шкільний курс креслення виховує графічно грамотну молодь.

Михайленко В.Є. та Тесленко І.Ф. пояснюють: «Під графічною грамотністю розуміють: 1) уміння бачити предмет, тобто розуміти й засвоювати його форму, конструкцію та відношення частин; 2) уміння зображати бачений предмет ескізом чи рисунком так, щоб по ньому можна було відтворити предмет у матеріалі; 3) уміння читати готовий рисунок, тобто по рисунку ясно і чітко уявити форми, конструкцію зображеного на ньому предмета»[7, 6].

У курсі геометрії учні вивчають тему «Коло і круг. Геометричні побудови», на яку відведено 14 годин, розв'язують основні задачі на побудову:

- побудова трикутника за двома сторонами;
- побудова кута, що дорівнює даному;
- побудова бісектриси даного кута;
- поділ даного відрізка навпіл;
- побудова прямої, яка перпендикулярна до даної прямої.

Програмою вимагається, щоб учень пояснював, що таке: задачі на побудову; доводив правильність виконаних побудов для основних задач; розв'язував основні задачі на побудову та нескладні задачі, розв'язання яких зводиться до основних побудов.

На перших уроках курсу креслення учням пропонується виконати побудови, які є узагальненням задач, які вони вивчали в курсі планіметрії. А саме:

- поділ відрізка на рівні частини;
- побудова перпендикулярних прямих;
- побудова паралельних прямих;
- поділ кута на дві рівні частини;
- поділ прямого кута на три рівні частини;
- побудова плоских фігур;
- поділ кола на рівні частини;
- побудова правильних многокутників.

З метою підвищення ефективності навчання учнів з даної теми пропонуємо розширити список задач на побудову, що пропонується для розв'язування на уроках геометрії в 7 класі, і оформити їх в окремому альбомі для креслення.

Задача 1. Нехай маємо два відрізки a та b . Побудувати відрізки, що дорівнюють сумі та різниці відрізків a та b .

Задача 2. Дано три відрізки. Побудувати трикутник, сторони якого дорівнювали б цим відрізкам.

Задача 3. Побудувати пряму, перпендикулярну до даної прямої, яка проходить через задану точку, що належить цій прямій.

Задача 4. Побудувати пряму, перпендикулярну до даної, яка проходить через точку, що лежить поза цією прямою.

Задача 5. Побудувати паралельні прямі.

Задача 6. Поділити заданий відрізка навпіл.

Задача 7. Поділити відрізок на рівні частини.

Задача 8. Побудувати бісектрису заданого кута.

Задача 9. Поділити прямий кут на три рівні частини.

Задача 10. Нехай дано кут A і промінь OP . Треба від променя OP з вершиною у точці O відкласти кут, рівний куту A .

Задача 11. Нехай маємо коло. Треба геометричною побудовою визначити положення його центра.

Задача 12. Побудувати дотичну до кола у заданій точці кола.

Задача 13. Побудувати дотичної до кола, яка проходить через задану точку поза цим колом.

Задача 14. Поділити коли на рівні частини (чотири, вісім, три, шість).

Задача 15. Побудувати трикутник за стороною і дома прилеглими до неї кутами.

Задача 16. Побудувати трикутник за дома сторонами і кутом між ними.

Задача 17. Побудувати трикутник за дома сторонами і кутом, що не лежить між ними.

Задача 18. Нехай дано багатокутник. Треба побудувати багатокутник, рівний даному.

Задача 19. Дано відрізок a , треба побудувати квадрат, сторони якого дорівнювали б цьому відрізку.

Задача 20. Дано відрізок a , треба побудувати правильний шестикутник, сторони якого дорівнювали б цьому відрізку.

Такий зошит дозволить учням краще усвідомити специфіку розв'язування задач на побудову. Використання зошита на уроках креслення дозволить скоротити час при вивченні перших тем курсу. Зошит можна продовжувати при вивченні інших тем з креслення.

Висновки. Серед навчальних предметів, які дають учням знання про живу і неживу природу, виділено ряд споріднених дисциплін (математика, фізика, хімія, креслення, біологія). Основні аспекти викладання курсів креслення та геометрії спираються на відновлення традицій, які історично склалися у процесі навчання цих предметів. А саме, у пояснювальних записках до навчальних програм з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів різних рівнів навчання йде мова, що метою вивчення геометрії є ознайомлення з властивостями фігур у просторі, формування просторової уяви, вироблення навичок застосування геометрії до розв'язання практичних завдань. Ці ж завдання, розв'язуються й у курсі креслення. Необхідність у викладенні геометрії зв'язку з курсом креслення обумовлюється тим, що в курсах геометрії та креслення школярів навчають виконувати креслення, що є одним із завдань підготовки учнів до практичної діяльності. Отже, геометрія дає теоретичні основи для креслення, а навички побудови, які отримуються у процесі навчання у курсі креслення, використовуються на уроках геометрії. Проблема реалізації міждисциплінарних зв'язків взагалі, геометрії та креслення зокрема є багатоаспектною і потребує подальшої розробки.

Література

1. Апостолова Г.В. Геометрія: Підручник для 7-го кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г.В. Апостолова. – К. : Генеза, 2004. – 216 с.
2. Афанасьева И.А. Реализация межпредметных связей как одно из направлений повышения качества образования / И.А. Афанасьева. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://festival.1september.ru/articles/527712/>
3. Гончаренко С.У. Український педагогічний словник / С.У. Гончаренко. – К. : Либідь, 1997. – 376 с.
4. Крикун Н.В., Коломієць Ю.В. Класифікація міжпредметних зв'язків / Н.В.Крикун, Ю.В. Коломієць. – [Електронний ресурс]. — Режим доступу: http://www.rusnauka.com/27_NNM_2009/Pedagogica/52574.doc.htm
5. Максимова В.Н. Межпредметные связи в процессе обучения / В.Н. Максимова. – М. : Просвещение, 1988. – 191 с.
6. Мельничук С.Г. Короткий термінологічний словник з педагогіки / С.Г. Мельничук. – Кіровоград, 2004. – 34 с.
7. Михайленко В.Є., Тесленко І.Ф. Зв'язки у викладанні геометрії і креслення в середній школі / В.Є.Михайленко, І.Ф.Тесленко. – К. : Радянська школа, 1965. – 82 с.
8. Слєпкань З.І. Методика навчання математики / З.І. Слєпкань. – К. : Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
9. Хаскин А.М. Черчение [Учебник для техникумов]. / А.М. Хаскин. – К. : Вища школа, 1980. – 440 с.

Анотація. У статті розглянуто проблему реалізації міжпредметних зв'язків у навчанні. Розкрито зміст поняття «міжпредметні зв'язки». Автором обґрунтовано необхідність та ефективність реалізації міжпредметних зв'язків геометрії та креслення, запропоновано один із шляхів їх використання при навчанні учнів теми «Геометричні побудови на площині».

Ключові слова: міжпредметні зв'язки, геометрія, креслення, задачі на побудову.

Аннотация. В статье рассмотрена проблема реализации межпредметных связей в обучении. Раскрыто содержание понятия «межпредметные связи». Автором обоснованно необходимость и эффективность реализации межпредметных связей геометрии и черчения, предложен один из путей их использования при обучении учеников темы «Геометрические построения на плоскости».

Ключевые слова: межпредметные связи, геометрия, черчение, задачи на построение.

Annotation. The problem of realization of inter-subject communications in teaching is considered in the article. Maintenance of concept is exposed «inter-subject communications». By an author grounded necessity and efficiency of realization of

inter-subject communications of geometry and drawing, one of ways of their use is offered at teaching of students of the theme «Geometrical constructions on a plane».

Keywords: *inter-subject communications, geometry, drawing, tasks on construction.*

В.І. Кочерженко*Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка*

ФОРМУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЇ КУЛЬТУРИ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ – ОДНА З НАЙВАЖЛИВІШИХ ЦІЛЕЙ ЙОГО ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ

Інформаційна культура вчителя (педагога) є складовою культури педагога взагалі. Тому визначення цього поняття повинно спиратися на аналіз поняття "інформаційна культура особистості" і "культура вчителя".

Про інформаційну культуру особистості йшлося, зокрема в [1; 2]. Далі коротко проаналізуємо поняття "культура вчителя".

"Культура вчителя" характеризується основними компонентами, функціями, механізмами, факторами професійного становлення вчителя. Зазначимо, що в педагогічних дослідженнях поряд з поняттям "культура вчителя" розглядаються поняття "педагогічна культура", "професійно-педагогічна культура", які досить близькі між собою за своєю суттю [3; 4; 5].

Одні автори (Є.Б. Гармаш, Т.А. Левашова, Л.А. Терьохіна і ін.) розглядають педагогічну культуру через педагогічну майстерність, професійні компетентності, оволодіння педагогічними технологіями, що є, на їх думку, показником соціальної зрілості педагога, передбачає наявність психолого-педагогічних знань, умінь та особистих якостей, які характеризують його направленість на ефективне здійснення професійної діяльності;

Інші автори (А.В. Барабанщиков, Т.В. Іванова та ін.) – основною категорією педагогічної культури вважають "досвід". На їх думку педагогічна культура:

- це певний ступінь оволодіння педагогічним досвідом людства, ступінь його досконалості в педагогічній діяльності, прагнення до безперервного удосконалення своєї діяльності;

- це "синтез високої професійності і особистих якостей педагога, володіння методикою навчання і наявність культуротворчих якостей особистості. Це міра творчого набуття і перетворення накопиченого людством досвіду" [6, с. 48-49].

Є.В. Бондаревська, І.Ф. Ісаєв, Є.М. Шиянов розглядають педагогічну культуру як сутнісну характеристику особистості педагога, яка характеризує його готовність до педагогічної діяльності через сформованість таких складових: педагогічної позиції і особистісних якостей, професійних знань і культури педагогічного мислення, професійних умінь і творчого характеру педагогічної діяльності, саморегулювання особистості й культури професійної поведінки педагога. Тому педагогічна культура є "динамічною системою педагогічних цінностей, способів діяльності й професійної поведінки вчителя" [7, с. 29].

І.Ф. Ісаєв вважає, що професійно-педагогічна культура є інтегральною якістю особистості педагога-професіонала, умовою й передумовою ефективної

педагогічної діяльності, узагальненим показником професійної компетентності викладача, метою фахового самовдосконалення. Професійно-педагогічна культура розглядається як "міра і спосіб творчої самореалізації особистості вчителя, викладача, студента в різноманітних видах педагогічної діяльності й спілкування, направлених на засвоєння, передавання і створення педагогічних цінностей і технологій" [8, с. 9].

Слід розрізняти педагогічну культуру особистості і педагогічну культуру як об'єктивну реальність (культуру суспільства), яка відображається на стані суспільної педагогічної свідомості, і не завжди стає надбанням майбутнього педагога. Засвоєння професійно-педагогічної культури пов'язано з переведенням її з об'єктивної форми в суб'єктивну.

Низку досліджень присвяченої виявленню окремих сторін культури вчителя: методологічної (О.С. Анісімов, О.В. Данильчук, І.Ф. Ісаєв, В.В. Раєвський, В.А. Сластенін, В.Є. Тамаркін і ін.); морально-етичної (Є.А. Гришин, Н.Б. Крилова і ін.); комунікативної (К.М. Левітан, А.В. Мудрик і ін.); технологічної (І.Ф. Ісаєв, М.М. Левіна, В.М. Монахов і ін.); загальної (Т.М. Левашова, М.Г. Матвеев і ін.); саморозвитку особистості вчителя в процесі здійснення ним професійно-орієнтованої діяльності (Є.П. Білозерцев, В.І. Данильчук, В.З. Горшкова, І.А. Колеснікова, Н.К. Сергєєв, Т.К. Смиковська та ін.).

На думку Д.Ф. Ніколенка, М.І. Шкіля високий рівень культури вчителя передбачає тверді моральні, світоглядні переконання, широкий кругозір, глибокі професійні знання, допитливість, працьовитість, творчий підхід до справи, вміння систематично підвищувати свою кваліфікацію, застосовувати раціональні прийоми пошуку, аналізу, добору, систематизації, узагальнення й використання всеможливих відомостей, в тому числі навчального призначення, орієнтуватися в інтенсивному потоці повідомлень, що стосуються відповідної предметної галузі й суміжних галузей, низку інших показників загальнолюдської й професійної культури [9, с. 10-14].

Таким чином, на думку різних авторів «педагогічна культура» і «професійно-педагогічна культура» в цілому містять в собі методологічну, ціннісно-смыслову, комунікативну, емоційно-вольову, процесуально-діяльнісну, рефлексивну, саморозвитку, самовдосконалення складові.

Зміст поняття «культура вчителя» (складовою якої є інформаційна культура) є ширшим, ніж зміст поняття «педагогічна культура» і «професійно-педагогічна культура», оскільки крім професійних якостей вчителя включає й особистісні (характер, загальна ерудиція, творчий потенціал і т.д.).

В культурі вчителя можна виділити загальнокультурну та професійну складові і, відповідно розглядати, загальну інформаційну культуру і професійну інформаційну культуру. Професійна культура проявляється в специфіці педагогічної діяльності та системі професійних якостей вчителя.

Загальнокультурна діяльність (яка є джерелом загальної культури) передбачає здатність особистості успішно жити в інформаційному середовищі, цілеспрямовано й ефективно використовувати інформаційні та комунікаційні технології, використовувати наявні та створювати власні інформаційні ресурси непрофесійного призначення.

Питанням інформаційної культури вчителя присвячено низку робіт як вітчизняних, так і іноземних авторів (Г.А. Бордовський, М.М. Близнюк, О.В. Данильчук, О.М., М.І. Жалдак, М.П. Лапчик, Е.І. Кузнецов, Н.М. Макарова, Н.В. Морзе, Е.С. Полат, І.В. Роберт, А.Л. Столяревська, Ю.В.Триус і ін.). В них досліджується в основному прояв інформаційної культури вчителя в процесі реалізації ним своєї професійно-педагогічної діяльності. Слід зазначити, що інформаційна культура вчителя (як і в низці досліджень, що стосуються інформаційної культури учнів) в основному розглядається (тлумачиться) як набір певних знань, умінь і навичок; готовності до застосування інформаційних та комунікаційних технологій в освіті або компетентності вчителя в цій галузі. Такий підхід до аналізу інформаційної культури важливий, але дещо звужений. Ми дотримуємося ширшого трактування інформаційної культури вчителя (аналогічно як це було для інформаційної культури особистості, яка не обмежувалася тільки знаннями, вміннями й навичками).

Під інформаційною культурою вчителя будемо розуміти інтегральний показник рівня його досконалості в інформаційній сфері діяльності, який проявляється в специфіці педагогічної діяльності та системі професійних якостей вчителя.

В інформаційній культурі вчителя (аналогічно як в інформаційній культурі особистості) можна виокремити взаємопов'язані складові: інформаційно-інтелектуальний потенціал, інформаційний світогляд, інформаційно-ціннісні орієнтації, інформаційні потреби, інформаційно-операціональну діяльність (праксеологічний компонент), в кожній з яких в свою чергу можна виокремити загальнокультурну та професійну складову [1].

Перед системою освіти на сучасному етапі розбудови інформаційного суспільства (суспільства знань) постає грандіозне завдання, пов'язане з підготовкою людини до життя й діяльності в умовах інформаційного суспільства. Саме через систему освіти необхідно забезпечити одержання необхідних знань про нове інформаційне середовище, формувати готовність людини до творчого освоєння образу життя на інформаційній основі, формувати інформаційну культуру, складовою якої є інформаційний світогляд, який базується на розумінні визначальної ролі інформаційних процесів та інформаційних технологій у діяльності самої людини, житті суспільства, уявленнях про роль інформатики в становленні цивілізації в цілому і сучасної соціально-економічної діяльності, зокрема.

Для розв'язання цього завдання потрібний вчитель, який володіє цілісною інформаційною культурою і здатний підготувати підростаюче покоління до повноцінної плідної життєдіяльності в інформаційному суспільстві.

В.Г. Кремень зазначає, що навіть при застосуванні найсучасніших комп'ютерних систем, високих телекомунікаційних технологій, використання яких поза всіляким сумнівом, стимулює динаміку та ефективність навчального процесу, підвищує ефективність освітнього середовища, ніщо і ніхто не спроможний повністю витіснити і замінити мистецтво безпосереднього педагогічного діалогу «Вчитель-Учень». Тому у XXI столітті особливо важливою є підготовка високопрофесійних педагогічних та науково-технологічних працівників, які відповідають інтеграційному критерію «педагогічна майстерність + мистецтво комунікації + нові технології [10, с. 11].

Отже, проблема формування інформаційної культури вчителя в сучасних умовах набуває особливої уваги.

Література

1. Рамський Ю.С. Формування інформаційної культури особи – пріоритетне завдання сучасної освітньої діяльності // Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць/ Редрада. –К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2004. – № 1(8). – с. 19-42
2. Триус Ю.В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: Монографія. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.
3. Жалдак М.И. Система подготовки учителя к использованию информационных технологий в учебном процессе: 13.00.02. Дис... в форме научн. докл. докт. пед. наук. – М., 1989. – 48 с.
4. Жалдак М.И. Основы информационной культуры учителя // Використання інформаційних технологій в навчальному процесі. Зб. наук. праць. – К. МНО УРСР. КДПІ ім. О.М. Горького, 1990. – С. 3-24.
5. Михалін Г.О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу. – Київ: РННЦ «ДІНІТ», 2003. – 320 с.
6. Иванова Т.В. Формирование педагогической культуры будущего учителя в учебном процессе (на материале дисциплин педагогического цикла): Автор. дис... канд. пед. наук, Луганск, 1991. – 24 с.
7. Введение в педагогическую культуру: Учебн. пособие / Под общ.ред. Е.В. Бондаревской. Ростов н/Д. Изд-во Рост. ун-та, 1995. – 172 с.
8. Исаев И.Ф. Теоретические основы формирования профессионально-педагогической культуры преподавателя высшей школы. Автор. дис.канд.пед.наук. – М., 1993. – 33 с.
9. Николенко Д.Ф., Шкиль Н.И. Становление учителя. – К.: Общество „Знание” УССР, 1986.

10. Кремень В.Г. Українська освіта в добу глобалізації // Директор школи, ліцею, гімназії. Науково-практичний журнал для керівників закладів освіти. – №6, 2002. – С.4-12.

Анотація. Кочерженко В.І. Формування інформаційної культури майбутнього вчителя математики – одна з найважливіших цілей його професійної підготовки. В даній статті іде мова про важливість інформаційної культури в професійній діяльності вчителя математики діяльності, бо в ХХІ столітті особливо важливою є підготовка високопрофесійних педагогічних та науково-технологічних працівників, які відповідають інтеграційному критерію «педагогічна майстерність + мистецтво комунікації + нові технології».

Ключові слова. Інформаційна культура, культура вчителя, професійно-орієнтована діяльність, професійно-педагогічна культура, професійні компетентності.

Аннотация. Кочерженко В.И. Формирование информационной культуры будущего учителя математики - одна из важнейших целей его профессиональной подготовки. В данной статье идет речь о важности информационной культуры в профессиональной деятельности учителя математики, потому как в ХХІ веке особенно важна подготовка высокопрофессиональных педагогических и научно-технологических работников, отвечающих интеграционному критерию «педагогическое мастерство + искусство коммуникации + новые технологии».

Ключевые слова. Информационная культура, культура учителя, профессионально-ориентированная деятельность, профессионально-педагогическая культура, профессиональные компетентности.

Summary. Kocherzhenko V.I. Formation of information culture of the future teachers of mathematics - one of the most important goals of his training. This article deals with the importance of the information culture in the professional work of the teacher of mathematics, because in the ХХІ century is particularly important to train highly educational, scientific and technological workers to meet the criterion of integration "pedagogical skill + art + new communications technologies."

Key words. Information Culture, Culture teacher, professionally oriented activities, professional and pedagogical culture, professional competence.

УДК 517.911

В.І. Кулик

Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка

ОСОБЛИВІ РОЗВ'ЯЗКИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ

Постановка проблеми. Математичне обґрунтування різних процесів, що відбуваються в природі, приводять до поняття рівняння, яке пов'язує незалежну змінну, невідому (шукану) функцію однієї змінної та похідні цієї функції. Рівняння такого роду називаються диференціальними рівняннями [4].

Дана теорія посідає важливе місце в розвитку механіки, електроніки, хімії, біології, економіки та інших важливих галузях науки та техніки. Тому дослідження даної теорії завжди буде актуальним.

Аналіз актуальних досліджень. Найпростіші диференціальні рівняння з'явилися вже в працях Ісаака Ньютона (1643–1727) і Готфріда Лейбніца (1646–1716). Саме Лейбніцу і належить термін «диференціальне рівняння». У XVIII ст. теорія диференціальних рівнянь відокремилася з математичного аналізу в самостійну математичну дисципліну, її успіхи пов'язані з іменами швейцарського вченого Іоганна Бернуллі (1667–1748), французького математика Жозефа Лагранжа (1736–1813) і особливо Леонарда Ейлера [5].

Мета статті: ознайомити з основними поняттями та фактами теорії диференціальних рівнянь першого порядку. Головну увагу приділено демонстрації прикладу, який ілюструє застосування теорії про *особливі розв'язки* диференціального рівняння першого порядку до розв'язування задач.

Виклад основного матеріалу.

У кінці XVII – на початку XVIII ст. різноманітні практичні і наукові проблеми привели до появи диференціальних рівнянь. Насамперед це були диференціальні рівняння першого порядку, інтегрування яких намагалися здійснити за допомогою функцій, що виражають скінченне число алгебраїчних дій або таких, що включають елементарні неалгебраїчні дії, наприклад оперування тригонометричними функціями.

Диференціальні рівняння, методи їх дослідження широко використовуються в різних галузях сучасної науки і техніки. Тому ця тематика посідає важливе місце в розвитку механіки, фізики, електроніки, хімії, біології, економіки, машинобудування.

Розглянемо основну теорію диференціальних рівнянь першого порядку, яка потрібна для подальшого розуміння прикладу.

Диференціальним рівнянням I порядку називається рівняння, що пов'язує незалежну змінну, невідому функцію та її похідну. Диференціальне рівняння I порядку має вигляд:

$$F(x, y, y') = 0 \quad (1)$$

Частіше диференціальні рівняння I порядку представляють у вигляді рівняння, розв'язного відносно похідної:

$$y' = f(x, y)$$

чи в симетричній формі (через диференціали):

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0.$$

Загальним розв'язком диференціального рівняння I порядку називається функція

$$y = \varphi(x, c),$$

залежна від x і константи c така, що перетворює диференціальне рівняння (1) у тотожність, тобто

$$F(x, \varphi(x, c), \varphi'(x, c)) = 0.$$

Для того, щоб з безлічі розв'язків, що залежать від параметра c , виділити один єдиний, необхідно задати умову:

$$y(x_0) = y_0, \quad (2)$$

яка дозволяє знайти константу c . Умову (2) називають початковою умовою.

Отриманий в такий спосіб розв'язок, називається *частинним розв'язком* диференціального рівняння I порядку [1].

Задачу знаходження розв'язку диференціального рівняння $y' = f(x, y)$, що задовольняє початкову умову $y(x_0) = y_0$, називають задачею Коші.

ТЕОРЕМА. Нехай задано диференціальне рівняння $y' = f(x, y)$, при цьому функція $f(x, y)$ визначена в деякій області D площини xOy , що містить точку $M_0(x_0, y_0)$. Якщо:

а) $f(x, y)$ неперервна по x й y в області D і

б) $f(x, y)$ має обмежену частинну похідну $\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}$ в цій точці, то існує

єдиний розв'язок $y = \varphi(x)$, що задовольняє умову $y(x_0) = \varphi(x_0) = y_0$.

Геометрично це означає, що при виконанні умов теореми через кожну внутрішню точку (x_0, y_0) області D проходить одна інтегральна крива.

Якщо ж у точці (x_0, y_0) порушуються умови теореми Коші, то через неї проходить декілька інтегральних кривих (розв'язок не єдиний) чи не проходить жодна інтегральна крива (розв'язок не існує). Такі точки називаються *особливими точками* диференціального рівняння.

Якщо кожна точка розв'язку диференціального рівняння – *особлива*, тобто через неї проходить не одна інтегральна крива, то розв'язок називається *особливим розв'язком* диференціального рівняння. Особливий розв'язок не може бути отриманий з загального розв'язку ні при яких значеннях довільної постійної c , включаючи і $c = \pm\infty$ [2].

Графіком особливого розв'язку є інтегральна крива, яка у кожній своїй точці має загальну дотичну з однією з інтегральних кривих, обумовлених

загальним розв'язком. Така інтегральна крива називається *обвідною сімейства інтегральних кривих*.

Розглянемо диференціальне рівняння наступного виду:

$$y = xy' + \Psi(y')$$

Воно носить назву *рівняння Клеро*.

Покладемо $y' = p$, тоді

$$\begin{cases} y = px + \psi(p) \\ dy = p dx \end{cases}.$$

Використовуючи $dy = p dx$, отримаємо

$$p dx + (x + \psi'(p)) dp = p dx.$$

Звідки

$$(x + \psi'(p)) dp = 0.$$

Дане рівняння розпадається на два

$$dp = 0, \quad x + \psi'(p) = 0.$$

Перше рівняння дає $p = c$, підставляючи його в рівняння Клеро будемо мати загальний розв'язок

$$y = cx + \psi(c).$$

Друге $x = -\psi'(p)$, разом із самим рівнянням Клеро утворює параметричний розв'язок

$$\begin{cases} x = -\psi'(p), \\ y = -p\psi(p) + \psi(p). \end{cases}$$

Його називають *особливим*, так як він співпадає з обвідною.

Приклад. Відомо, що відрізок довільної дотичної до астроїди

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$$

між осями координат має сталу довжину, рівну a .

Сформулюємо обернену задачу: знайти лінії, у яких довільна дотична між осями координат має сталу довжину a .

Нехай шукана лінія $y = y(x)$ (рис.1). Запишемо рівняння дотичної до неї у точці $C(x_0, y_0)$:

$$y - y(x_0) = y'(x_0)(x - x_0).$$

Знайдемо координати точок A і B перетину дотичної з осями координат. При $y = 0$ маємо $x = x_0 - \frac{y(x_0)}{y'(x_0)}$, при $x = 0$ маємо $y = y(x_0) - x_0 y'(x_0)$, звідки

отримуємо рівняння $x^2 + y^2 = a^2$, $(x_0 - \frac{y(x_0)}{y'(x_0)})^2 + (y(x_0) - x_0 y'(x_0))^2 = a^2$.

Опустивши індекс нуль, приходимо до рівняння

$$(y - xy')^2 + (x - \frac{y}{y'})^2 = a^2,$$

$y - xy' = \frac{ay'}{\sqrt{1+y'^2}}$, яке є рівнянням Клеро.

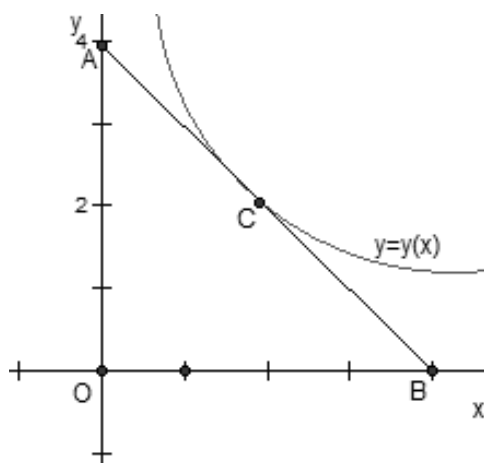


Рис. 1

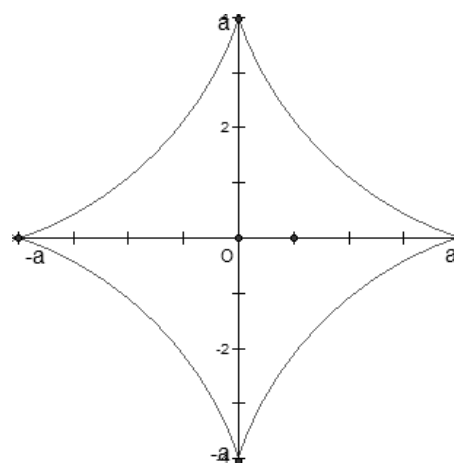


Рис. 2

Його загальний розв'язок $y = Cx + \frac{ac}{\sqrt{1+c^2}}$ дає сім'ю прямих, довільна дотична до яких між осями координат має довжину a . Це майже очевидно. Але рівняння Клеро має особливий розв'язок:

$$\begin{cases} y = px + \Psi(p) \\ x = -\Psi'(p) \end{cases}$$

В даному прикладі $\Psi(p) = \frac{ap}{\sqrt{1+p^2}}$, а тому особливий розв'язок:

$$\begin{cases} x = -\frac{a}{(1+p^2)^{3/2}}, \\ y = \frac{ap^3}{(1+p^2)^{3/2}}. \end{cases}$$

Виключивши звідси параметр p , отримаємо $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ (треба піднести обидва рівняння до степеня $2/3$ і скласти отримані результати).

Тобто вказану властивість має ще і астроїда (Рис.2).

Висновки.

Щодо подальшого дослідження даної теми, можна ще розглянути спеціальні приклади, які включають обвідну сім'ї інтегральних кривих, приклад Лаврентьева та приклад Хартмана.

Стаття буде корисною для студентів, які бажають отримати ґрунтовну підготовку з даного питання.

Література

1. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений / Матвеев Н.М. – М. : Высшая школа, 1967. – 564 с.
2. Матвеев Н.М. Дифференциальные уравнения / Матвеев Н.М. – М.: 1958 – 468 с.
3. Ляшко І.І. Диференціальні рівняння / І.І.Ляшко, О.К.Боярчук, Я.Г.Гай, О.Ф.Калайда. – К. : Вища школа, 1981. – 504 с.
4. Самойленко А.М. Диференціальні рівняння / А.М. Самойленко, М.О. Перестюк, М.Ю. Перестюк. – К. : Либідь, 1994. – 360 с.

5. Эльсгольц Л.З. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Эльсгольц Л.З. – М. : Наука, 1969. – 424 с.

Анотація. Кулик В. І. Особливі розв'язки диференціальних рівнянь першого порядку. В даній статті розглядається теорія диференціальних рівнянь першого порядку, що пов'язана з особливим розв'язком рівняння Клеро. Поданий приклад, який може бути використаний при вивченні курсу математичного аналізу з питання застосування особливих розв'язків на практиці.

Ключові слова: математичний аналіз, диференціальні рівняння, особливі розв'язки, рівняння Клеро.

Аннотация. Кулик В. И. Особые решения дифференциальных уравнений первого порядка. В данной статье рассмотрена теория дифференциальных уравнений первого порядка, связанная с особым решением уравнения Клеро. Подано пример, который может быть использован при изучении курса математического анализа по вопросу применения особых решений на практике.

Ключевые слова: математический анализ, дифференциальные уравнения, особые решения, уравнения Клеро.

Summary. Kulyk V. Special solutions of differential equations. In this article the theory of first order differential equations related to the particular solution of Clairaut. Giving an example, which can be used to study the course of mathematical analysis on the application of specific solutions in practice.

Key words: mathematical analysis, differential equations, special solutions, Clairaut's equation.

УДК 517.9

О.В. Мартиненко, О.М. Бойко

Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка

МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Постановка проблеми. У наш час функціональні рівняння широко використовуються у механіці, геометрії, алгебрі, теорії чисел, комбінаториці, теорії диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей тощо.

Однією з серйозних проблем при дослідженні функціонального рівняння є вибір відповідного методу для його розв'язування.

Зауважимо, що універсального підходу до розв'язування функціональних рівнянь не існує. Зазвичай виділяють наступні методи їх розв'язування: метод підстановок, метод диференціювання, метод граничного переходу, метод невизначених коефіцієнтів, метод рекурентних співвідношень, метод відокремлення змінних, метод Коші та інші. Будь-який із зазначених методів заслуговує на окрему увагу, оскільки іноді використання тільки одного з них буває недостатнім.

Розв'язування кожного функціонального рівняння включає елемент дослідження, оскільки часто виникає необхідність з одного боку в уточненні тих чи інших умов, що повинні виконуватись для застосування певного методу розв'язування, а з іншого – у виділенні типу рівняння, яке розв'язується заданим способом.

Аналіз актуальних досліджень. Одним з найпоширеніших типів рівнянь, за допомогою яких досить часто математично описують різні процеси математики та природознавства, є рівняння, що містять невідому функцію, їх називають функціональними. У загальному випадку до таких рівнянь відносять: диференціальні, інтегральні та різницеві рівняння. Проте, у переважній більшості джерел [3; 4; 6; 7] під функціональними розуміють рівняння, в яких шуканими є функції, що пов'язані з елементарними за допомогою операцій додавання, множення та композиції.

Питання про розв'язування функціональних рівнянь – одне з найстаріших у математичному аналізі. Першим поштовхом до їх дослідження послужила одна з класичних задач механіки – задача про паралелограм сил. У 1769 році Д'Аламбер, обґрунтовуючи закон додавання сил, отримав функціональне рівняння вигляду

$$f(x+y) + f(x-y) = 2f(x)f(y),$$

а О.Коші у 1821 році знайшов розв'язки даного рівняння у класі неперервних функцій [5; 6].

Видатні математики минулого – серед них Л. Ейлер, К. Гаусс, Н. Абель, М. Лобачевський, Д. Гільберт, – часто зверталися до функціональних рівнянь і

використовували їх для розв'язування цілого ряду задач. Наприклад, М.І. Лобачевський для визначення кута паралельності у неевклідовій геометрії використовував функціональне рівняння виду

$$f^2(x) = f(x - y) + f(x + y).$$

Ч. Бабеж для дослідження періодичних кривих вивчав рівняння

$$f(f(x)) = x.$$

О. Коші був одним з перших вчених, який розпочав систематичне вивчення та виклад теорії функціональних рівнянь. У монографії «Курс аналізу», яка вийшла з друку у 1821 році, він детально дослідив рівняння виду:

$$f(x + y) = f(x) + f(y), x, y \in R$$

$$f(x + y) = f(x) \cdot f(y), x, y \in R$$

$$f(x \cdot y) = f(x) + f(y), x, y \in R$$

$$f(x \cdot y) = f(x) \cdot f(y), x, y \in R$$

$$f(x + y) + f(x - y) = 2f(x) \cdot f(y), x, y \in R.$$

За умови неперервності функції $f(x)$ розв'язком кожного із запропонованих рівнянь є певна множина лінійних, показникових, логарифмічних, степеневих та тригонометричних ($y = \cos x$) функцій відповідно.

Ці рівняння мають застосування в різних галузях математики і називаються **рівняннями типу Коші**. [1; 8]

Деякі функціональні рівняння широко використовуються у шкільному курсі математики. Це, наприклад, рівняння виду:

$$f(x) = f(-x), f(-x) = -f(x), f(x + T) = f(x),$$

які описують такі властивості функцій, як парність, непарність і періодичність відповідно.

Зазвичай, функціональні рівняння визначають не окрему конкретну функцію, а виражають властивість, що характеризує цілий клас функцій. Наприклад, функціональне рівняння $f(x + 1) = f(x)$ характеризує множину періодичних функцій з періодом 1; а рівнянню

$$f(x + 1) = f(1 - x)$$

відповідає клас функцій, графіки яких симетричні відносно прямої $x = 1$.

Слід зазначити, що питання дослідження функціональних рівнянь залишається досить актуальним і сьогодні. Вивченню цієї проблеми присвячені роботи таких математиків як С. Л. Блюмин, О. М. Вороний, Г.В. Писанко, В.А. Недокіс, Є.І. Пенцак, А.С. Юрчишин та інші.

Мета статті: нами зроблена спроба розкрити значущість методів математичного аналізу як математичного апарату розв'язування функціональних рівнянь.

Виклад основного матеріалу. При розв'язуванні функціональних рівнянь досить часто доводиться використовувати деякі фундаментальні поняття та факти математичного аналізу, зокрема, границю послідовності та функції, неперервність

та диференційовність функції тощо.

Розглянемо застосування методу граничного переходу для розв'язування функціональних рівнянь. Цей метод у більшості випадків застосовується за умови неперервності шуканої функції в деякій точці. Одним із типів задач на його застосування є задачі на знаходження значення функції, яка задовольняє рівняння Коші в ірраціональних точках.

Запропонованим способом також можуть бути розв'язані у класі неперервних функцій рівняння виду:

$$f(kx + b) = mf(x) + P(x),$$

$$f(kx + b) = f(x)a^{P(x)},$$

де $k > 1$, $|m| < 1$, $P(x)$ – многочлен, $a > 0$, $a \neq 1$, $a = \text{const}$

Метод граничного переходу полягає в наступному. Здійснюється підстановка, яка переводить вираз, що стоїть під знаком функції f в одному члені рівняння, у вираз, який стоїть під знаком функції f в іншому його члені. Підстановку повторюють n разів і приходять до системи n лінійних рівнянь. Потім послідовно виключають невідомі та отримують рівняння виду

$$f(x) = a_n f(b_n) + c_n,$$

де a_n, b_n, c_n – члени деяких послідовностей, n – фіксоване натуральне число. При цьому a_n, b_n, c_n можуть бути і функціями від змінної x .

Якщо існують границі при $n \rightarrow \infty$ послідовностей $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$, причому $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \text{const}$, то за умови неперервності функції $f(x)$, застосувавши граничний перехід, знаходять вираз для $f(x)$. Перевірка правильності знайденої функції є складовою частиною розв'язування функціонального рівняння. [7]

Проілюструємо застосування методу граничного переходу на конкретному прикладі.

Приклад 1. Знайти всі неперервні функції f , які задовольняють умову

$$f(x) = f\left(\frac{x}{5}\right)a^x, \quad (1)$$

для всіх $x \in \mathbb{R}$.

Розв'язання. Насамперед помічаємо, що функція $f(x) \equiv 0$ є розв'язком даного функціонального рівняння. Нехай тепер $f(x)$ не дорівнює тотожно нулеві. Замінімо послідовно n разів у лівій і правій частинах рівності (1) x на $\frac{x}{5}$, матимемо:

$$\begin{aligned} f\left(\frac{x}{5}\right) &= f\left(\frac{x}{25}\right)a^{\frac{x}{5}}, \\ f\left(\frac{x}{25}\right) &= f\left(\frac{x}{125}\right)a^{\frac{x}{25}}, \\ &\dots \end{aligned}$$

$$f\left(\frac{x}{5^n}\right) = f\left(\frac{x}{5^{n+1}}\right) a^{\frac{x}{5^n}}.$$

$$\text{Звідси } f(x) = f\left(\frac{x}{5^{n+1}}\right) a^{x + \frac{x}{5} + \dots + \frac{x}{5^n}}.$$

Перейдемо до границі в останній рівності, коли $n \rightarrow \infty$. Оскільки ліва частина не залежить від n і функція $f(x)$ є неперервною, то $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x)$ існує, а отже існує границя і правої частини. Зрозуміло, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x}{5^{n+1}} = 0,$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(x + \frac{x}{5} + \dots + \frac{x}{5^n}\right) = \frac{5x}{4}$$

(сума нескінченно спадної геометричної прогресії зі знаменником $\frac{1}{5}$). Відомо, що коли функція $y = f(x)$ неперервна, то $\lim_{x_n \rightarrow x} f(x_n) = f(x)$. За теоремою про перехід до границі під знаком неперервної функції та властивостями границь маємо, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{x}{5^{n+1}}\right) = f\left(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x}{5^{n+1}}\right) = f(0),$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a^{x + \frac{x}{5} + \dots + \frac{x}{5^n}} = a^{\lim_{n \rightarrow \infty} (x + \frac{x}{5} + \dots + \frac{x}{5^n})} = a^{\frac{5x}{4}}.$$

Прирівняємо знайдені границі:

$$f(x) = k a^{\frac{5x}{4}}, \text{ де } k = f(0) \quad (2)$$

Зауважимо, що ці міркування мають зміст лише за умови, коли задача має розв'язок.

Отже, якщо функція, що є розв'язком функціонального рівняння (1) взагалі існує, то вона має вигляд (2). Щоб пересвідчитися у правильності знайденого розв'язку, потрібно виконати перевірку:

$$f\left(\frac{x}{5}\right) a^x = k a^{\frac{x}{4}} a^x = k a^{\frac{5x}{4}} = f(x).$$

Перевірка показала, що функція $f(x) = k a^{\frac{5x}{4}}$ дійсно задовольняє рівняння (1) при довільній сталій k . [2, 6]

Розглянемо ще один важливий метод розв'язування функціональних рівнянь – метод диференціювання; його застосовують, як правило, для класу диференційовних функцій. Вказаний метод полягає у зведенні даного функціонального рівняння до диференціального: для цього обидві частини функціонального рівняння диференціюють і отримують рівняння, що містить похідну шуканої функції, тобто диференціальне рівняння. Розв'язавши його відносно похідної, знаходять шукану функцію як одну з її первісних. [8]

Метод диференціювання, зазвичай, застосовується у випадку, коли невідома функція залежить від суми, різниці, добутку або частки незалежних змінних, тобто рівняння містить

$$f(x+y), f(x-y), f(x \cdot y) \text{ або } f\left(\frac{x}{y}\right).$$

Проілюструємо застосування даного методу на прикладі.

Приклад 2. У класі диференційовних функцій розв'язати рівняння

$$f(x+y) + 2f(x-y) = 3f(x) - y \quad (3)$$

Розв'язання. Продиференціюємо рівняння (3) по змінній x , а потім по змінній y . Отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} f'(x+y) + 2f'(x-y) = 3f'(x), \\ f'(x+y) - 2f'(x-y) = -1. \end{cases}$$

Додамо їх почленно, будемо мати

$$2f'(x+y) = 3f'(x) - 1. \quad (4)$$

Продиференціюємо спочатку рівність (4) по x : $2f''(x+y) = 3f''(x)$, а потім по y : $2f''(x+y) = 0$. Очевидно, що $f''(x) = 0$ (оскільки ліві частини рівні, то рівними будуть і праві). Проінтегрувавши дане рівняння, знайдемо $f(x) = C_1x + C_2$, де C_2 – довільна стала, а C_1 ми визначимо, підставивши цей розв'язок у рівняння (3)

$$C_1(x+y) + C_2 + 2C_1(x-y) + 2C_2 = 3C_1x + 3C_2 - y,$$

отже, $C_1y = y$ або $C_1 = 1$.

Розв'язком функціонального рівняння (3) є функція виду

$$f(x) = x + C, \text{ де } C - \text{довільна стала. [6, 57]}$$

Одним із поширених методів розв'язування функціональних рівнянь є метод відокремлення змінних. В основі даного методу лежить наступне твердження. [5, 44]

Твердження 1. Якщо в рівності $P(y) = Q(x)$, яка виконується для всіх $x, y \in G \subset R$, ліва частина залежить тільки від змінної y , а права – тільки від змінної x , то існує деяка стала c така, що $P(y) = Q(x) = c$ для всіх x та y з множини G .

Універсальних рекомендацій щодо застосування даного методу розв'язування функціональних рівнянь немає, тому проілюструємо процес відокремлення змінних на конкретному прикладі.

Приклад 3. Знайти всі пари многочленів $f(x)$ і $g(x)$ таких, що для всіх x і y виконується рівність

$$f(xy) = f(x) + g(x)f(y). \quad (5)$$

Розв'язання. Тривіальні випадки, коли один із шуканих многочленів є многочленом нульового степеня, ми досліджувати не будемо. Зупинимось на визначенні інших пар многочленів.

Запишемо (5) у вигляді $f(x) + g(x)f(y) = f(y) + g(y)f(x)$, (це можна зробити, виходячи з очевидної рівності: $f(xy) = f(yx)$).

Перепишемо цю рівність у вигляді

$$f(x)(1 - g(y)) = f(y)(1 - g(x)), \quad (6)$$

і проаналізуємо її.

Якщо $g(t) = 1$ для всіх t , то

$$\frac{f(x)}{1 - g(x)} = \frac{f(y)}{1 - g(y)} = c, \text{ де } c \neq 0 - \text{деяка стала,}$$

тому $f(x) = (1 - g(x))c$.

Для визначення многочлена $g(x)$ підставимо функцію $f(x)$ у рівність (5):

$$1 - g(xy)c = (1 - g(x))c + g(x)(1 - g(y))c \text{ або} \\ g(xy) = g(x)g(y).$$

Очевидно, що функція $f(x) = (1 - g(x))c$ задовольнятиме рівність (5) при довільній сталій c , якщо многочлен $g(x)$ задовольняє рівність

$$g(xy) = g(x)g(y).$$

Зауважимо, що ця рівність є відомим функціональним рівнянням, що характеризує одну з основних властивостей степеневих функцій. Французький математик О. Коші розв'язав дане рівняння у класі неперервних функцій.

Застосувавши метод невизначених коефіцієнтів на множині многочленів можна знайти функцію $g(x) = x^n$. Після цього отримаємо пари многочленів вигляду: $g(x) = x^n$ та $f(x) = (1 - x^n)c$, де $n \in \mathbb{N}$, що задовольняють рівність (5) для всіх $x \neq 1$ при будь-якому значенні n та $x \neq -1$, якщо n – парне.

Визначимо ті значення a змінної x , для яких многочлен $g(x)$ дорівнює 1. Нехай $a = 0$, тоді з рівності (6) при довільному y і $x = a$ отримаємо рівність $f(0)(1 - g(y)) = 0$. Дана рівність виконується тільки, коли $f(0) = 0$, оскільки многочлен g не є многочленом нульового степеня. Покладемо у рівності (5) $x = 0$, а y будемо вважати довільним. За умови, що $g(0) = 1$, отримаємо $f(y) = 0$ для довільного y , а це суперечить домовленості. Отже, якщо $g(a) = 1$, то $a \neq 0$.

При $x = a, y = 1$ і $x = a, y = \frac{1}{a}$ з рівності (5) отримаємо систему

$$\begin{cases} f(a) = 2f(1), \\ f(1) = 2f(a), \end{cases}$$

звідси знайдемо, що $f(a) = 0$.

При $y = a$ рівність (5) матиме вигляд $f(ax) = f(x)$, очевидно, що $a = 1$ для будь-якого многочлена f , або $a = -1$ для многочлена, який містить тільки парні степені змінної. Отже, якщо $g(1) = 1$ для всіх $n \in \mathbb{N}$ і $g(-1) = 1$ для парних n , що узгоджується з побудовою многочлена g .

Таким чином, ми отримали, що $f(x) = (1 - x^n)c$ і $g(x) = x^n$, де n – натуральне число, c – довільне дійсне число і будуть шуканими парами многочленів, що задовольняють рівність (5) на множині всіх дійсних чисел. Для

знаходження всіх пар многочленів необхідно розглянути ще такі пари як $f(x) = 0, g(x)$ – довільний многочлен і $f(x) = c, g(x) = 0$.

Висновки. Розв'язування функціональних рівнянь неможливе без глибокого розуміння фундаментальних понять математики в цілому і, зокрема, математичного аналізу, оскільки саме на цих поняттях може ґрунтуватися математичний апарат, необхідний для їх дослідження.

На наше переконання, процес розв'язування функціональних рівнянь – це пошукова та творча робота, яка потребує ґрунтовних математичних знань та дозволяє розвивати дослідницькі здібності як школярів, так і студентів.

Література

1. Блюмин С.Л. Класс функциональных уравнений типа Коши // Фундаментальные исследования / С.Л. Блюмин, 2008. – №2. – С. 20–25.
2. Бродський Я.С., Сліпченко А.К. Граничний перехід і функціональні рівняння / Я.С.Бродський, А.К. Сліпченко // Математика. – 2000. – №20. – С. 6 – 7.
3. Бродский Я.С., Слипенко А.К. Функциональные уравнения / Я.С. Бродский, А.К. Слипенко. – К.: Вища школа, 1983. – 96 с.
4. Вороний О. М. Готуємось до олімпіад з математики / О. М. Вороний. – Х.: Вид. група «Основа», 2008. – 255 с.
5. Вороний О.М., Писанко Г.В. Розв'язування функціональних рівнянь способом відокремлення змінних / О.М. Вороний, Г.В. Писанко // Математика в школі. – 2006. – № 10. – С. 44 – 48.
6. Лихтарников Л.М. Элементарное введение в функциональные уравнения / Л.М. Лихтарников. – Санкт-Петербург: Лань, 1997. – 158 с.
7. Недокіс В.А. Розв'язування найпростіших функціональних рівнянь методом підстановки / В.А. Недокіс // У світі математики. – 1996. – №4. – С. 33 – 39.
8. Пенцак Є.І., Юрчишин А.С. Функційні рівняння / Є.І. Пенцак, А.С. Юрчишин. – Львів: ЛДУ, 1998. – 112 с.

Анотація. Мартиненко О.В., Бойко О.М. Методи математичного аналізу при розв'язуванні функціональних рівнянь. Стаття присвячена дослідженню трьох основних методів (граничного переходу, диференціювання, відокремлення змінних) математичного аналізу розв'язування функціональних рівнянь. На конкретних прикладах проаналізовано доцільність використання того чи іншого методу до розв'язування певного типу функціонального рівняння, показано умови та особливості його застосування.

Ключові слова. Функціональне рівняння, границя функції, неперервність, диференційованість, метод.

Аннотация. Мартыненко Е.В., Бойко О.М. Методы математического анализа при решении функциональных уравнений. Статья посвящена исследованию трех основных методов (предельного перехода,

дифференцирования, разделения переменных) математического анализа решения функциональных уравнений. На конкретных примерах проанализирована целесообразность использования того или иного метода к решению типа функционального уравнения, показано условия и особенности его применения.

Ключевые слова. Функциональное уравнение, граница функции, непрерывность, дифференцированность, метод.

Summary. O. Martynenko, O. Boyko. Methods of mathematical analysis in solving functional equations. This article is devoted to research of main three methods (limiting transition, differentiation, separation of variables) of mathematical analysis in solving functional equations. Expediency of using one or other method to solve the certain type of functional equation was analyzed on concrete examples, conditions and peculiarities of its application were shown.

Key words. Functional equations, boundary functions, continuity, differentiation, method.

УДК 517.52

О.С. Онишкевич

Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка

ПОСЛІДОВНОСТІ ФІБОНАЧЧІ ТА ЛЮКА

Останнім часом спостерігається значний інтерес науковців до так званих рекурентних або зворотних послідовностей, в тому числі до різноманітних видів прогресій (арифметичної, геометричної, квадратичної, гармонійної, логарифмічної тощо), окремих послідовностей простих чисел тощо.

Найбільш відомою рекурентною (правильніше – рекурентно заданою) числовою послідовністю є послідовність Фібоначчі. Вона стала відомою після публікації знаменитої праці Леонардо Фібоначчі (Пізанського), що дістала назву «Книга про абак», і вийшла друком в 1202 році. Існує велика кількість наукових товариств, які професійно вивчають властивості чисел Фібоначчі та їх численні застосування у математиці, фізиці, філософії, ботаніці, біології, геології, кристалографії, медицині, психології, астрономії, економіці, комп'ютерних науках, мистецтві тощо.

Менш відомою є числова послідовність Люка, названа так на честь французького математика XIX ст. Франсуа Едуарда Люка. Числова послідовність Люка тісно пов'язана з послідовністю Фібоначчі та золотою пропорцією, але має ряд своїх унікальних властивостей [3].

Спільна формула для побудови послідовностей Фібоначчі-Люка, має вигляд

$$U_n = U_{n-1} + U_{n-2}. \quad (1)$$

Якщо у рівності (1) взяти початкові значення $U_0 = 0$, $U_1 = 1$, то отримаємо послідовність Фібоначчі

$$(F_n)_{n=0}^{\infty} = \{0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, \dots\} \quad (2)$$

Для членів цієї послідовності матиме місце рекурентне співвідношення

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \quad F_0 = 0, \quad F_1 = 1,$$

яке випливає з рівності (1). Можна довести, що границі відношень сусідніх чисел Фібоначчі дорівнюють відповідно

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_n}{F_{n-1}} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}, \quad (3)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n-1}}{F_n} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}. \quad (4)$$

Отримані числа називають числами золотої пропорції або «золотими»

числами і позначають відповідно $\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1,618033\dots$ та

$\varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0,618033\dots$ «Золоті» числа є єдиною парою дійсних чисел, які задовольняють рівності $\Phi + \varphi = 1$ та $\frac{1}{\Phi} = \varphi$.

Повернемося до рівності (1) та покладемо в ній $U_0 = 2$, $U_1 = 1$. Одержимо послідовність

$$(L_n)_{n=0}^{\infty} = \{2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 199, 322, 521, \dots\} \quad (6)$$

$$L_n = L_{n-1} + L_{n-2}, \quad L_0 = 2, \quad L_1 = 1,$$

яку називають послідовністю Люка. Вона має властивості, аналогічні властивостям послідовності Фібоначчі, а саме:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L_n}{L_{n-1}} = \Phi, \quad (7)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L_{n-1}}{L_n} = \varphi. \quad (8)$$

Існує ряд спільних закономірностей переходу від «золотих» чисел до членів послідовностей Фібоначчі та Люка. Використовуючи метод математичної індукції, можна показати, що n -й по порядку непарний член ($n = 1, 3, 5, \dots$) послідовності Фібоначчі визначається з рівності

$$F'_n = \frac{\Phi^n + \varphi^n}{\Phi + \varphi}, \quad (9)$$

а парний член ($n = 2, 4, 6, \dots$) – зі співвідношення

$$F''_n = \frac{\Phi^n - \varphi^n}{\Phi + \varphi}. \quad (10)$$

Тоді зі співвідношень (9)-(10) та рівності

$$\Phi + \varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \sqrt{5}, \quad (11)$$

впливає, що загальний член послідовності Фібоначчі можна подати у вигляді:

$$F_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}. \quad (12)$$

Отримана рівність дає можливість у явному вигляді визначити n -й член послідовності Фібоначчі і називається формулою Біне [2, 25].

Справді підставивши в (12) $n = 0$, $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, отримаємо

$$F_0 = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^0 - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^0}{\sqrt{5}} = \frac{1-1}{\sqrt{5}} = 0;$$

$$F_1 = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^1 - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^1}{\sqrt{5}} = \frac{1+\sqrt{5}-1+\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = 1;$$

$$F_2 = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2}{\sqrt{5}} = \frac{1+2\sqrt{5}+5-1+2\sqrt{5}-5}{4\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{4\sqrt{5}} = 1;$$

$$F_3 = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3 - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^3}{\sqrt{5}} = \frac{1+3\sqrt{5}+15+5\sqrt{5}-1+3\sqrt{5}-15+5\sqrt{5}}{8\sqrt{5}} = \frac{16\sqrt{5}}{8\sqrt{5}} = 2.$$

У наш час відомі й інші способи обчислення F_n : за допомогою формул Крамера, через перетворення квадратних матриць, твірні функції тощо. Окрім того, визначити F_n можна, використовуючи послідовність Люка з рівності:

$$F_n = \frac{L_{n-1} + L_{n+1}}{5} \quad [1].$$

Відповідні розрахунки для $n = 1, 2, \dots, 13$ наведено у таблиці 1.

Таблиця 1

Знаходження чисел Фібоначчі

n	L_{n-1}	L_{n+1}	F_n
1	2	3	1
2	1	4	1
3	3	7	2
4	4	11	3
5	7	18	5
6	11	29	8
7	18	47	13
8	29	76	21
9	47	123	34
10	76	199	55
11	123	322	89
12	199	521	144
13	322	843	233

Використовуючи метод математичної індукції, можна показати, що n -й по порядку непарний член ($n = 1, 3, 5, \dots$) послідовності Люка визначається з рівності:

$$L_n' = \Phi^n - \varphi^n, \quad (13)$$

а парний член ($n = 2, 4, 6, \dots$) – відповідно:

$$L_n'' = \Phi^n + \varphi^n \quad (14)$$

Отже, загальний член послідовності Люка виражаються з формули:

$$L_n = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^n + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n, \quad (15)$$

де $n = 0, 1, 2, \dots$ [5].

Зокрема, при $n = 0, n = 1, n = 2, n = 3$, отримаємо:

$$L_0 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^0 + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^0 = 1+1=2;$$

$$L_1 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^1 + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^1 = \frac{1+\sqrt{5}+1-\sqrt{5}}{2} = \frac{2}{2}=1;$$

$$L_2 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^2 + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^2 = \frac{1+2\sqrt{5}+5+1-2\sqrt{5}+5}{4} = \frac{12}{4}=3;$$

$$L_3 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^3 + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^3 = \frac{1+3\sqrt{5}+15+5\sqrt{5}+1-3\sqrt{5}+15-5\sqrt{5}}{8} = \frac{32}{8}=4.$$

Члени числового ряду Люка (починаючи з третього) також можна отримати з послідовності Фібоначчі (дивись таблицю 2), використовуючи наступну рівність:

$$2F_n + F_{n+1} = L_{n+2}.$$

Таблиця 2

Знаходження числового ряду Люка

n	F_n	$2F_n$	F_{n+1}	L_n
1	1	2	1	
2	1	2	2	
3	2	4	3	3
4	3	6	5	4
5	5	10	8	7
6	8	16	13	11
7	13	26	21	18
8	21	42	34	29
9	34	68	55	47
10	55	110	89	76
11	89	178	144	123
12	144	288	233	199
13	233	466	377	322

Неважко довести (див., наприклад, [6]), що для чисел Люка мають місце рівності

$$L_n \cdot L_{n+1} + 1 = L_{2n}, \text{ якщо } n - \text{парне},$$

$$L_n \cdot L_{n+1} - 1 = L_{2n}, \text{ якщо } n - \text{непарне.}$$

Зокрема, при $n = 5$ та $n = 6$ одержимо відповідно

$$L_5 L_6 - 1 = 7 \cdot 11 - 1 = 77 - 1 = 76 = L_{10},$$

$$L_6 L_7 + 1 = 11 \cdot 18 + 1 = 198 + 1 = 199 = L_{12}.$$

Зазначимо, що для чисел Фібоначчі аналогічної властивості не існує [6].

Отже, числовий ряд Люка тісно зв'язаний з числовим рядом Фібоначчі, оскільки вони утворюються за одним і тим же правилом, а саме: кожен член ряду (починаючи з другого) дорівнює сумі двох попередніх членів. У зв'язку з цим вказані послідовності мають багато спільних властивостей. Відмінність між ними полягає лише у двох початкових членах, за рахунок чого числовий ряд Люка зростає швидше, ніж числовий ряд Фібоначчі.

Література

1. Анісімов А.В. Алгоритмічна теорія великих чисел / А.В. Анісімов. – К.: Видавничий дім «Академперіодика», 2001. – 153 с.
2. Воробьев Н.Н. Числа Фибоначчи / Н.Н. Воробьев. – М.: Наука, 1978. – 144 с.
3. Новосад М.В., Дичка І.А. Числа Люка / М.В. Новосад, І.А. Дичка // Науковий вісник Чернівецького університету – 2009. – Вип. 446. – С. 11 – 15.
4. Ушаков Р.П. Одна цікава проблема про піфагорові трійки / Р.П. Ушаков // У світі математики. – т. 19 в. 1. – 2013. – С. 10.
5. Ясинський С.А. «Золотое» сечение в стандартизации и теории измерения / С.А. Ясинський. – СПб.: ВАС, 2008. – 160 с.
6. Ясинский С.А. Основы динамических аналогий в исследовательской деятельности / С.А. Ясинский. – СПб.: ВУС, 2004. – 164 с.

Анотація. Онишкевич О.С. Послідовності Фібоначчі та Люка. В статті розглянуті дві числові послідовності, а саме послідовності Фібоначчі і Люка. Розглянуто властивості цих послідовностей, які є спільними одночасно для обох послідовностей. Також показано, що послідовність Фібоначчі і послідовність Люка мають тісний зв'язок з золотими числами. Стаття призначена для вчителів шкіл, студентів фізико-математичних факультетів та учнів.

Ключові слова: числа Фібоначчі, числа Люка, послідовність Фібоначчі, послідовність Люка, «золоте» число.

Аннотация. Онишкевич Е.С. Последовательности Фибоначчи и Люка. В статье рассмотрены две числовые последовательности, а именно последовательность Фибоначчи и последовательность Люка. Рассмотрены свойства этих последовательностей, которые являются общими одновременно для обеих последовательностей. Также показано, что последовательность Фибоначчи и последовательность Люка имеют тесную связь с золотыми

числами. Стаття предназначена для учителей школ, студентов физико-математических факультетов и учащихся.

Ключевые слова: числа Фибоначчи, числа Люка, последовательность Фибоначчи, последовательность Люка, «золотое» число.

Annotation. Onishkevich O.S. Sequence of Fibonacci and Luke. In the articles considered two numerical sequences, namely sequence of Fibonacci and sequence of Luke. Properties of these sequences, which are general simultaneously for both sequences, are considered. It is also retined that a sequence of Fibonacci and sequence of Luke have cramped link. The article is intended for the teachers of schools, students of physical and mathematical faculties and pupils.

Keywords: number of Fibonacci, number of Luke, a sequence of Fibonacci, sequence of Luke, «gold» number.

УДК 514

С.В. Петренко, І.О. Нестеренко

Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка

АКСІОМАТИЧНИЙ ПІДХІД ДО ВИВЧЕННЯ ШКІЛЬНОГО КУРСУ ГЕОМЕТРІЇ

Постановка проблеми. Важливим компонентом інтелектуального розвитку учнів є просторове мислення, яке забезпечує орієнтацію в просторі, ефективність засвоєння знань та успіх у оволодінні навичками та вміннями у процесі навчання математики, зокрема, геометрії.

Формуванню просторового мислення учнів сприяє вивчення геометричного матеріалу, але слід зазначити, що матеріал, який розглядається на перших уроках в шкільному курсі геометрії викликає в учнів певні труднощі пізнавального та психологічного характеру. Побудова шкільного курсу геометрії на дедуктивній основі викликає в учнів сьомого класу нерозуміння необхідності логічного обґрунтування тверджень, які «очевидно виконуються» на рисунку. На перших уроках геометрії важливим завданням, яке стоїть перед учителем, є необхідність роз'яснення структури означень геометричних понять, встановлення відношень та властивостей, що приймаються без доведень або таких, що потребують доведення.

Загально відомо, що учні сьомого класу на уроках геометрії не вміють формулювати твердження, які випливають з наведених раніше, з великими труднощами самостійно доводять математичні твердження, і як наслідок, виникають непорозуміння при розв'язуванні геометричних задач.

Вільне оперування просторовими образами є фундаментальним вмінням, завдяки якому об'єднуються різні види навчальної та трудової діяльності. Розвиток в учнів просторових уявлень є істотним компонентом у підготовці до практичної діяльності, особливо це важливо для майбутніх студентів, які вивчатимуть математику чи застосовуватимуть її у майбутній професійній діяльності.

Аналіз актуальних досліджень. Аксиоматичний метод пройшов в своєму історичному розвитку три стадії.

Перша – пов'язана з побудовою геометрії в Давній Греції. У цей час з'являється робота Евкліда «Початки», в якій протягом багатьох років, як вважали вчені, був викладений основний геометричний матеріал. При підготовці змісту шкільних підручників з геометрії тривалий час використовували геометричний матеріал роботи Евкліда.

У Росії перший підручник з геометрії «Генеральна геометрія» був виданий у 1765 році Н.Г. Курчановим, учнем Л.Ф. Магницького. Підручник мав три розділи:

- *лонгіметрія*, в якому розглядались суміжні та вертикальні кути, ознаки паралельності прямих та інше;

- *планіметрія*;

- *стереометрія*.

На початку XIX ст. російські педагоги Е.М. Головін, С.Е. Гур'єв,

Т.Д. Осиповський, Ф.І. Буссе видали ряд підручників з геометрії для гімназій, реальних училищ та інших навчальних закладів. Підручники мали два розділи – *планіметрія та стереометрія*.

З 1864 року особливо популярним вважався підручник «Елементарна геометрія в обсязі гімназичного курсу», підготовлений професором Московського університету А.Ю. Давидовим. Підручник багаторазово перевидавався до 1922 року.

Заслуженою популярністю користувався підручник з геометрії для середньої школи А.П. Кисельова, виданий вперше в кінці XIX століття. У школах України геометрію тривалий час вивчали за цим підручником [7].

Структуру підручника А.П. Кисельова.

У вступі до планіметрії були сформульовані *основні властивості площини і прямої*, які пізніше назвали аксіомами та наведені три аксіоми з «Початків» Евкліда. Доведення всіх планіметричних тверджень в подальшому проводилось без посилання на ці аксіоми (використовувався метод накладання).

У розділі стереометрії були сформульовані три властивості площини, названі аксіомами, які частково використовувались при доведенні теорем. Слід зазначити, що про систему аксіом та аксіоматичний метод у підручнику А.П. Кисельова мова не йшла.

Професор Н.Д. Глаголев в додатках до стереометрії А.П. Кисельова «Про аксіоми геометрії» виклав суть аксіоматичного методу побудови геометрії, короткий зміст «Початків» Евкліда і систему аксіом Д. Гільберта.

У 70-ті роки минулого століття в школах України (як і в інших республіках СРСР) планіметрію вивчали за навчальним посібником, підготовленим авторським колективом під керівництвом академіка А.М. Колмогорова [3].

Структура навчального посібника А.М.Колмогорова.

Матеріал розділу 1. «Початкові поняття геометрії», присвячений основним поняттям: *точка, відрізок, фігура (точка і відрізок – види фігури)*;

та відношенням між ними: *точка належить фігурі, точка є кінцем відрізка, два відрізки рівні*. У даному розділі вводяться поняття *відстані* між двома точками та формулюються три *основні властивості відстані*, які використовуються для доведення твердження:

- *для будь-яких трьох точок A , B і C відстань AC більша або дорівнює різниці відстаней AB і BC .*

У даному пункті вводиться поняття *аксіоми*, формулюється *аксіома прямої*, на основі якої доводиться теорема:

дві прямі можуть мати не більше однієї спільної точки.

Далі формулюються твердження, одні з яких не доводяться, інші доводяться, але термін «аксіома» не вживається, лише сформульована аксіома *паралельності* і доведено ряд тверджень [4].

Систему аксіом, на якій би будувалась планіметрія, не сформульовано, таким чином аксіоматичний метод не реалізовано.

У додатках професор Н.Д. Глаголев запропонував одну із можливих систем аксіом, яка відповідала системі викладу геометричного матеріалу в даному посібнику.

Система аксіом складалася з дванадцяти аксіом, поділених на п'ять груп:

- 1) аксіоми належності (3 аксіоми);
- 2) аксіоми відстані (3 аксіоми);
- 3) аксіоми порядку (4 аксіоми);
- 4) аксіома рухомості (1 аксіома);
- 5) аксіома паралельних (1 аксіома).

У 80-і роки минулого століття було декілька спроб побудувати шкільний курс геометрії на аксіоматичній основі. Найбільш популярним став підручник О.В. Погорєлова [5] та підручник Л.С. Атанасяна.

Друга хвиля в історії аксіоматичного методу пов'язана з відкриттям

М.І. Лобачевським, Я. Бойяи і К.Ф. Гаусом можливості побудувати несуперечливу систему аксіом, виходячи з системи аксіом, відмінної від евклідової. Це відкриття зруйнувало переконання в абсолютній істинності аксіом і наукових теорій, побудованих на них. У цей період з'явилося багато різних геометричних, арифметичних і алгебраїчних теорій, які будувалися на основі аксіоматичного методу (роботи Р. Дедекінда, Р. Грасмана та інших). Ця хвиля розвитку аксіоматичного методу завершилася створенням аксіоматичних систем арифметики (Дж. Пеано, 1891), геометрії (Д. Гільберт, 1899), числення висловів і предикатів (А. Н. Уайтхед і Б. Рассел, Англія, 1910) та інших [8].

Аксіоматика Д.Гільберта дозволила Ф. Клейну і А. Пуанкаре довести несуперечність геометрії М. І. Лобачевського відносно евклідової геометрії за допомогою вказівки інтерпретації понять і пропозицій неевклідової геометрії в термінах геометрії Евкліда, тобто, побудувати моделі. Послідовники цієї ідеї точно описали логічні засоби виведення теорем з аксіом, тим самим підійшли до концепції формального аксіоматичного методу, який є характерним для третьої, сучасної хвилі.

У 1982-1983 навчальному році у школах України (та інших республік СРСР), починаючи з 6 класу, геометрію розпочали вивчати за навчальним підручником академіка О.В. Погорєлова. Основний зміст цього підручника був опублікований у 1972 році в книзі «Елементарна геометрія», яка була підготовлена на конкурс шкільного підручника з геометрії. У результаті експерименту (1977-1982 роки), який проводився у школах Харківської області, міст Києва і Севастополя за посібником О.В. Погорєлова, підручник «Геометрія. 6-10 класи» був удосконалений і введений у навчальний процес з 1982 року.

Міністерство освіти СРСР і Міністерство освіти УРСР рекомендували викладання геометрії здійснювати у середній школі за цим підручником, як основним.

Головне завдання викладання геометрії в школі автор підручника визначив так: «Пропонуючи цей курс, ми виходили з того, що головне завдання викладання геометрії в школі – навчити учнів логічно міркувати, аргументувати свої твердження, доводити. Дуже небагато з тих, що закінчать школу, будуть математиками, тим більше геометрами. Будуть і такі, що у своїй практичній діяльності жодного разу не використають теорему Піфагора. Проте навряд чи знайдеться хоч би один, якому не доведеться міркувати, аналізувати, доводити».

До науково-педагогічних особливостей навчального підручника О.В.Погорелова можна віднести:

- 1) традиційний зміст і аксіоматична побудова;
- 2) економний виклад матеріалу і організуюча роль запитань для повторення;
- 3) єдність теорії і практики.

Відносно традиційного змісту О.В. Погорелов зауважив: «Увесь багатовіковий досвід викладання елементарної геометрії з часів Евкліда доводить раціональність традиційної системи. Удосконалення, пов'язане із загальним розвитком науки, не повинне стосуватися її розумних і глибоко продуманих основ».

Мета статті полягає у вивченні особливостей побудови шкільних підручників на аксіоматичній основі та обґрунтування необхідності формування вчителем математики в учнів уявлень про аксіоматичний метод в процесі навчання геометрії.

Виклад основного матеріалу. Дедуктивна побудова геометрії визначається її аксіоматикою. Взагалі не слід змішувати аксіоматичну побудову шкільного курсу геометрії з аксіоматичною побудовою геометрії як науки. Спроби авторів ототожнювати їх при написанні шкільних підручників приводили до невдач. Наприклад, досить популярна система аксіом Гільберта для побудови шкільної геометрії не підходить. Для дедуктивної побудови шкільного курсу геометрії необхідно мати просту, природну, зрозумілу для учнів систему аксіом. Цим вимогам найбільше відповідала система аксіом О.В. Погорелова. В його підручнику [5] було здійснено систематизований виклад геометричного матеріалу на базі оригінальної і економної системи аксіом. При цьому аксіоматичний виклад розпочинався від початку курсу. Автор вважав, що з педагогічної точки зору необхідно як можна раніше виховати в учнів мотивовану потребу аргументувати свої міркування, доводити нові твердження.

Курс геометрії в підручнику О.В. Погорелова «Геометрія 7-11» [6] був побудований строго дедуктивно: усі аксіоми у вигляді основних властивостей найпростіших геометричних фігур сформульовані в першому параграфі, в якому закладені основи курсу геометрії.

Основними поняттями є *точка, пряма, площина*, а основними відношеннями є: «*належати*» для точок і прямих, «*лежати між*» для точок на прямій, *міра* (довжина відрізка, градусна міра кута).

Формулювання аксіом планіметрії і їх кількість у різних виданнях навчального посібника дещо змінювались, уточнювались. Наприклад, за підручником [5] система аксіом складається з дев'яти аксіом планіметрії і трьох аксіом стереометрії. З методичних міркувань і для зручності викладу матеріалу аксіоми стереометрії формулювалися на початку стереометрії, аксіоми не розбиті на групи, а мають порядкові номери.

Залежно від потреби вводилися означувані поняття: *відрізок, промінь (півпряма), кут, розгорнутий кут, трикутник, рівні відрізки, рівні кути, рівні трикутники, паралельні прямі* та інші.

Слід зазначити, що у формулюванні аксіом відсутнє слово «*площина*», оскільки вони формулювалися для планіметрії, де всі об'єкти геометрії розміщені в площині.

У стереометрії нескінченно багато площин, тому при формулюванні аксіом стереометрії необхідно в кожній з них підкреслювати, що названі об'єкти лежать в одній площині.

У багатьох підручниках з планіметрії для середньої школи період введення системи аксіом розтягувався до закінчення вивчення планіметрії. Пропонувалось спочатку вивчати геометрію на рівні наочних уявлень та інтуїтивно зрозумілих висновків без логічного їх обґрунтування, накопичуючи певні суттєві геометричні відомості, а після завершення вивчення планіметрії перейти до аксіоматичного викладу матеріалу, тобто спочатку основний зміст планіметрії вивчався емпірично. Слід зазначити, що при цьому не виконувалось основне завдання – не формувалось наукове, дедуктивне мислення учнів.

На відміну від такого погляду на побудову і вивчення систематичного курсу геометрії, починаючи з планіметрії, у підручнику О.В. Погорелова [5] враховувалися вікові особливості учнів 7-9 класів і використовувалися наочні та інтуїтивні прийоми, які поєднувалися зі строго науковим, дедуктивним викладом (і вивченням) геометричного матеріалу уже з перших уроків геометрії в 7 класі. При цьому ставилося завдання не заучувати доведення, а поступового оволодівати ними; а також доводити всі твердження, які не входили у число основних властивостей найпростіших геометричних фігур. Саме з урахуванням цього спочатку поняття аксіоми не вживається, воно замінене більш зрозумілим поняттям «*основні властивості*», які емпірично відомі учням з програми математики 1-6 класів. Лише в кінці § 1 (п. 13) читаємо: «Твердження, які містять формулювання основних властивостей найпростіших фігур, не доводяться і називаються *аксіомами*. Слово «аксіома» походить від грецького слова *аксіос* і означає «твердження, що не викликає сумнівів»».

Під час доведення теорем дозволяється користуватися основними властивостями найпростіших фігур, тобто аксіомами, а також уже доведеними

властивостями, тобто *теоремами*. Ніякими іншими властивостями фігур, навіть якщо вони нам видаються очевидними, користуватись не можна.

При доведенні теорем можна користуватися рисунком, як геометричним записом того, що виражається словами. Під час міркувань не дозволяється використовувати властивості фігур, які видно з рисунка, якщо не можна обґрунтувати їх, спираючись на аксіоми і теореми, доведені раніше.

Вибрана О.В. Погореловим система аксіом шкільного курсу геометрії надала можливість досягти досить високого рівня доведення тверджень, а логічна послідовність викладення матеріалу і знайдені автором нові математичні підходи до викладення складних розділів дозволили значно скоротити зміст і обсяг підручника.

Метрична система аксіом О.В. Погорелова дозволяла уже з 8-го класу ефективно використовувати при доведенні геометричних тверджень координатний метод і цим самим зменшити обсяг матеріалу, а також створити умови для здійснення внутрішньо предметних зв'язків геометрії та алгебри. Традиційний зміст і аксіоматична побудова геометрії в підручнику О.В. Погорелова, його внутрішньо предметні зв'язки і орієнтація на учнів – усе це дає можливість розвивати в учнів логічне мислення.

На початку XXI століття з'являються нові, сучасні підручники з геометрії, які відповідають сучасності.

Структура сучасного підручника з геометрії авторів М.І. Бурда, Н.А.Тарасенкова [2].

У даному підручнику основними фігурами є *точка* і *пряма*, а основними відношеннями – «*належати*», «*лежати між*», «*накладання*», які вводяться без означень. Використовуючи ці поняття, даються означення іншим фігурам (*променю, відрізка, куту* тощо) та відношенням (*рівності, подібності, паралельності* тощо). Розглядається 10 аксіом планіметрії.

У стереометрії вивчають властивості фігур у просторі. Для цього, як і в планіметрії, використовують аксіоматичний метод. Спочатку обирають основні поняття, основні фігури та основні відношення, які пояснюють через приклади, не даючи означень. Без доведення приймають вихідні істинні твердження – аксіоми. Основними фігурами є *точка, пряма і площина*. Вводяться 4 аксіоми та розглядаються з них три наслідки [2].

Перед творчим учителем завжди стоїть важлива задача формування в учнів бездоганних знань, навичок та вмінь відповідно до основних фактів шкільного курсу математики, зокрема геометрії, а також глибокого розуміння суті аксіоматичного методу, як одного з найпотужніших наукових методів пізнання.

Відомо, що для побудови шкільного курсу планіметрії можна взяти різні системи аксіом, тоді побудова планіметрії буде здійснюватися різними шляхами. Слід зазначити, що незалежно від підходу до побудови планіметрії, у даному курсі будуть вивчатися одні й ті ж геометричні фігури та їх властивості.

Як відомо, в геометрії початкові відомості, які є наглядні і очевидні, беруть

з практичних задач та спостережень. Усі подальші твердження обґрунтовуються шляхом логічних міркувань. Так діють при доведенні теорем та розв'язуванні задач. Прикладом може бути означення многокутника: *«многокутник – частина площини, обмежена простою лінією»*. Виникає питання: «Що означає обмежена?» Означення не існує, вчитель при поясненні спирається на очевидність. Щоб дати означення, необхідно одне поняття пояснити за допомогою інших, які вважаються вже відомими.

Учням слід усвідомити, що при вивченні геометрії важливо встановити основні поняття, які вводяться без означення, а всі інші можна визначити через них. Таким чином, приходять до елементарних понять, які не можна визначити через інші. Ці поняття і називаються *основними*.

Основні поняття, які виділяють при побудові геометрії можна поділити на два види:

- 1) одні позначають об'єкти, якими займається геометрія;
- 2) інші позначають відношення між об'єктами.

Наприклад, точка і відрізок – об'єкти, а те, що точка належить відріzkу – відношення між ними.

У геометрії доведення тверджень чи теорем, спираються на передумови, які визнаються вже доведеними. Однак потрібно пам'ятати, що ці передумови теж доводилися і їх потрібно було обґрунтувати. У результаті обґрунтування приходимо до тверджень, які не потрібно доводити і приймаємо їх без доведення. Ці твердження називаються *аксіомами*. Набір аксіом повинен бути таким, щоб, спираючись на нього, можна було довести подальші твердження. За таким принципом побудовано шкільні підручники з геометрії.

Побудова шкільного курсу геометрії полягає в наступному:

- 1) виділяються основні поняття;
- 2) формулюються аксіоми теорії;
- 3) всі інші твердження виводяться логічним шляхом, спираючись на основні поняття та аксіоми.

Геометричні поняття є абстрактними, тому їх властивості можна сформулювати цілком точно, без жодної двозначності. Наприклад, *«через будь-які дві відмінні одна від одної точки проходить одна і тільки одна пряма»*. За даними авторів [5] у креслярській практиці через дві дані точки досить упевнено можна провести пряму і тільки одну тоді, коли ці точки розміщені не дуже близько одна від одної.

У геометрії твердження, які пропонують автори шкільних підручників логічно пов'язані між собою. Деякі з них можна вивести з інших, не спираючись на властивості фігур, а скористатися досвідом. Наприклад, з тверджень *«Діагоналі прямокутника рівні»* і *«Квадрат є прямокутник»*, випливає твердження *«Діагоналі квадрата рівні»*. Дане твердження можна логічно довести на основі перших двох тверджень, не використовуючи при цьому «наочно очевидні» властивості фігур, що розглядаються.

Важливо пам'ятати, що дати єдине визначення основних понять для всієї геометрії не можна, тому основні поняття геометрії слід визначати як об'єкти будь-якої природи, що задовольняють аксіомам даної геометрії.

При аксіоматичній побудові геометричної системи автори шкільних підручників підходять до їх побудови з позицій деякої системи аксіом, або аксіоматики. У цих аксіомах описуються властивості основних понять геометричної системи, і тоді можна представляти основні поняття у вигляді об'єктів будь-якої природи, які мають властивості, які вказані в аксіомах. Такий спосіб побудови теорії називається аксіоматичним методом, а побудований шкільний підручник, як підручник побудований на аксіоматичній основі.

Усі шкільні підручники з геометрії, мають різні підходи до вивчення геометричних фактів. Це пов'язано з тим, що за основні поняття можна приймати різні поняття, а за аксіоми – різні твердження.

Враховуючи вище сказане, слід пам'ятати, що під час вивчення математики, зокрема геометрії, вчитель повинен проводити цілеспрямовану роботу, яка направлена на формування в учнів таких важливих якостей:

- добре розвинуті просторові уявлення та уява;
- вміння бачити в реальних ситуаціях ілюстрації теоретичних положень, що вивчаються;
- наводити приклади їх реалізації на предметах навколишнього середовища;
- глибоке розуміння суті аксіоматичного методу, як одного з найпотужніших наукових методів пізнання [6].

Досягнення вчителем мети щодо формування згаданих якостей забезпечить просторове бачення об'єкта, полегшить і прискорить осмислення сприймання та закріплення матеріалу, навчить учнів читати графічні зображення, висловлювати думки в графічній формі, сприятиме успішному розв'язанню задач.

Висновки. Аксіоматичний метод відіграє особливу роль в математиці. Предметом досліджень є безліч математичних структур, а дослідження цих структур відбувається на основі аксіоматичного методу.

Розвиток наук в XX столітті показав, що математика виділяється в системі наук як єдина, що використовує аксіоматичний метод надзвичайно широко, і що цей метод значною мірою зумовлює вражаючу ефективність математики в процесі пізнання навколишнього світу.

Побудова шкільного підручника на аксіоматичній основі ставить перед вчителем математики важливе завдання – досконало володіти матеріалом, який подається в підручнику, враховувати методичні особливості матеріалу та створювати умови для ефективного засвоєння його та застосування при розв'язуванні задач на уроках геометрії.

Питання, яке розглядається має важливе значення, оскільки якісне засвоєння матеріалу перших тем шкільного курсу геометрії сприятиме високому рівню знань з геометрії.

Література

1. Александров А.Д. Основания геометрии / Александров А.Д. – М.: Наука, 1987. – 288 с.
2. Бурда М.І. Геометрія 10 клас / М.І. Бурда, Н.А. Тарасенкова. – К.: Зодіак – ЕКО, 2010. – 174 с.
3. Колмогоров А.М., Семенович О.Ф., Черкасов Р.С.. Геометрія: Навчальний посібник для 6-8 класів середньої школи. – К.: Рад. школа, 1973.
4. Колмогоров А.Н. Геометрия / Колмогоров А.Н., Семенович А.Ф., Черкасов Р.С. – М.: Просвещение, 1980. – 382 с.
5. Погорелов А.В. Геометрія 7-11 клас / Погорелов А.В. – К.: Радянська школа, 1991. – 352 с.
6. Семенович О.Ф. Геометрія. Аксиоматичний метод / Семенович О.Ф. – Київ: Радянська школа, 1976. – 165 с.
7. Энциклопедия элементарной математики: Книга пятая: Геометрия. – М.: Наука, 1966. – 624 с.
8. Энциклопедия элементарной математики: Книга четвертая: Геометрия. – М.: Наука, 1963. – 568 с.

Анотація. Петренко С.В., Нестеренко І.О. Аксиоматичний підхід до вивчення шкільного курсу геометрії. У статті подано аналіз особливостей побудови шкільних підручників на аксиоматичній основі та обґрунтування необхідності формування вчителем математики в учнів уявлень про аксиоматичний метод в процесі навчання геометрії.

Ключові слова: геометрія, аксіома, аксиоматичний метод

Аннотация. Петренко С.В., Нестеренко И.А. Аксиоматический подход к изучению школьной геометрии. В статье подан анализ особенностей школьных учебников на аксиоматической основе и обобщение необходимости формирования учителем математики в учащихся представлений о аксиоматическом методе в процессе обучения геометрии.

Ключевые слова. геометрия, аксиома, аксиоматический метод

Summary. Petrenko S., Nesterenko I. The axiomatic approach to the study of school geometry. The offered analysis of the characteristics of school textbooks in the axiomatic basis of generalization and the need to form a math teacher in the students' understanding of the axiomatic method in teaching geometry.

Key words: geometry, axiom, axiomatic method.

С.В. Петренко, К.О. Шарай

*Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка***ФОРМУВАННЯ ТВОРЧОЇ ОСОБИСТОСТІ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ**
(з досвіду роботи вчителя математики А.І. Азаренкової)

Постановка проблеми. Актуальною проблема сьогодення є проблема розвитку творчої особистості, оскільки творчі люди створюють нове, неповторне в усіх сферах людської діяльності. Важливим завданням сучасної школи України є виявлення та подальший розвиток творчих здібностей кожної дитини. Елементи творчості проявляються в учнів у процесі навчання, тому в школі сьогодні повинен працювати творчий вчитель. Загально відомо, що лише творчий вчитель здійснює потужний вплив на формування особистості, зокрема й на її творчі якості. Досягти успіху в даному питанні можливо лише за умови впровадження особистісно-орієнтованої системи навчально-виховного процесу, його проблемно -діяльнісне спрямування, зокрема, у процесі навчання математики. Пошук нових можливостей підсилення розвиваючих функцій навчання математики, шляхів формування та розвитку процесу активної творчої особистості є однією з актуальних проблем математичної освіти.

Аналіз актуальних досліджень. Проблема розвитку творчої особистості не є новою. Протягом багатьох років проводяться дослідження з даного питання. Особлива увага приділялася дослідженню механізмів творчої діяльності в роботах А.В. Брушлинського, М. Вертхаймера, А.Б. Коваленко, Я.А. Пономарьова, В.А. Роменця, О.К. Тихомирова та інших. Вагомий внесок у розв'язання проблеми розвитку творчого мислення у процесі навчальної діяльності зроблений також Д.Б. Богоявленською, Є.М. Кабановою-Меллер, З.І. Калмиковою, Ю.І. Машбицем, Н.О. Менчинською, І.С. Якиманською та іншими, зокрема, у ході навчання математики. Ця проблема залишається не вирішеною й до сьогодні, тому що в суспільстві відбуваються глобальні зміни, змінюється освітнє середовище, форми, методи і підходи до навчання та виховання молоді. Дана проблема завжди буде актуальною, але методи, форми та способи її розв'язання будуть змінюватися у відповідності до рівня розвитку самого суспільства.

Мета статті. З'ясування сутності поняття «творча особистість» та виявлення умов формування та розвитку творчої особистості у процесі навчання математики з досвіду роботи вчителя математики А.І.Азаренкової.

Виклад основного матеріалу. У психолого-педагогічній літературі існують два основні підходи до тлумачення поняття „творчість”. Згідно першого, так званого об'єктивного, творчість визначається як процес створення матеріального чи духовного продукту, який є об'єктивно новим і водночас цінним для суспільства в цілому або деякої його складової. Цим підходом користуються у наукознавстві, мистецтвознавстві. Психологи віддають перевагу суб'єктивному підходові, згідно якого творчість має місце, коли результат діяльності суб'єкта та спосіб його

одержання є новими для самого суб'єкта, незалежно від їхньої суспільної цінності та оригінальності. Такий підхід ґрунтується на тому, що мислення, в ході якого людина одержує як об'єктивно, так і суб'єктивно нові результати, має спільні психологічні закономірності. У будь-якому випадку творче мислення характеризується високою новизною свого продукту для суб'єкта та своєрідними особливостями процесу його одержання.

Така характеристика творчого мислення є досить загальною. У різних сферах людської діяльності даний психологічний процес має специфічні особливості. Творче мислення поета відрізняється від творчого мислення інженера, хоча в обох випадках воно спрямоване на створення нового й протікає за загальними психологічними закономірностями. Процес мислення здійснюється як взаємодія людини й ситуації, яку вона пізнає, тобто як взаємодія суб'єкта й об'єкта (Г.С. Костюк, С.Л. Рубінштейн, О.К. Тихомиров та інші.). Учень є суб'єктом творчого мислення у ситуаціях, коли спрямовує свої розумові зусилля на вирішення певної навчально-творчої задачі. Тому для розвитку творчого мислення учнів необхідно систематично залучати їх до такої діяльності [5, 123].

Зміст шкільного курсу математики передбачає засвоєння учнями певної системи математичних знань, умінь і навичок. Слід зазначити, що не можна зводити все математичне навчання в школі до передачі учням визначеної суми знань, навичок і вмінь, оскільки це обмежує роль математики в загальній освіті. Розвиток математичних здібностей учнів завжди викликало зацікавленість та постійно було та є предметом дослідження науковців.

Розглянемо дослідження можливостей розвитку творчого мислення учнів у процесі навчання математики. Математика, здійснюючи загальний вплив на мислення дитини, формує, передусім, якості математичного мислення, розвиває математичні здібності учнів.

Під творчим математичним мисленням розуміють таке мислення, яке репрезентує математичні здібності.

Психолого-педагогічні умови розвитку творчого мислення учнів на уроках математики полягають у:

- активізації навчально-пізнавальної діяльності школярів;
- формуванні позитивної навчальної мотивації до навчання математики та адекватної самооцінки учнів;
- забезпеченні мінімально необхідного обсягу знань, навичок та вмінь учнів математики;
- врахування індивідуальних та вікових пізнавальних можливостей кожного учня, тобто диференціація навчання математики [4, 11].

Таке розуміння творчого математичного мислення дозволяє звести діагностику рівнів його розвитку до діагностики рівнів розвитку конкретних здібностей.

Математичні здібності – це здатність утворювати на математичному матеріалі узагальнені, згорнуті, гнучкі й обернені асоціації та їх системи [3, 23].

До складових математичних здібностей слід віднести:

- здатність до формалізації математичного матеріалу, відокремлення форми від змісту, абстрагування від реальних ситуацій і їх кількісних відношень та просторових форм;
- оперування структурами відношень і зв'язків;
- здатність до узагальнення матеріалу;
- здатність до оперування числовою і знаковою символікою;
- здатність до логічних міркувань, пов'язаних з потребою доводити, робити висновки; здатність до скорочення процесу міркувань;
- здатність до переходу від прямого до оберненого ходу думки;
- гнучкість мислення незалежно від впливу шаблонів [3, 44].

Математика сприяє виробленню особливого виду пам'яті – пам'яті, спрямованої на узагальнення, творення логічних схем, формалізованих структур, виховує здатність до просторових уявлень.

Наявність математичних здібностей в одних учнів і недостатня розвинутість їх в інших вимагає від учителя постійного пошуку шляхів формування і розвитку таких здібностей у школярів, розширює можливості роботи вчителя при запровадженні рівнів диференціації математичних здібностей учнів на основі врахування їх психологічних особливостей. Такий підхід створює умови для розвитку творчих здібностей учнів, які мають природні задатки до занять математикою, і забезпечує посилені умови для роботи учнів, які не мають таких задатків. Виконуючи рівневі завдання, учні отримують впевненість у своїх силах. До таких завдань можна віднести:

- а) задачі, які розв'язують для кращого засвоєння теорії;
- б) тренувальні вправи, мета яких – набуття навичок;
- в) творчі задачі, за допомогою яких розвиваються математичні здібності учнів.

Розв'язування задач – це діяльність, що потребує розумової праці. Навчитися розв'язувати математичні задачі можливо лише за умови, коли учень добре розуміє матеріал, з яким необхідно працювати та вміє застосовувати інструменти з допомогою яких буде виконуватися вся подальша діяльність [2, 3].

Підвищити ефективність навчання математики можна лише за умови продуктивної реалізації всіх дидактичних функцій математичних задач. Велику роль в цьому відіграють задачі, які учні складають самі. Складання задачі часто вимагає роздумів, які під час розв'язування задач зі збірників не потрібні, а самостійно сформульована задача з математики викликає в учнів задоволення успіху, сприяє заглибленню учнів у сутність ідей внутрішніх зв'язків усіх ланок міркувань, які дають можливість зрозуміти і саме доведення, і його логіку і виховує впевненість учнів у досягненні результату [1, 20].

Кожний вчитель математики, маючи накопичений досвід педагогічної діяльності, буде навчальний процес та свою методичну систему навчання так, щоб його учні максимально досягли позитивних результатів. Цікавих результатів

досягають творчі вчителі, до яких відноситься і Заслужений вчитель України Азаренкова Альона Іванівна.

Протягом 2011-2012 року ми вивчали досвід роботи Азаренкової Альони Іванівни, вчителя математики Сумської спеціалізованої школи I-III ступенів ім.О.Бутка № 10, яка має вищу категорію, є старшим учителем, за сумісництвом - керівник гуртка з математики Сумського обласного територіального відділення МАН. У 2007 році Азаренкова А.І. стала переможцем конкурсу «Вчителем року» в номінації «Вчитель математики», а у 2011 році – «Заслуженим вчителем України».

Досвід роботи талановитого вчителя математики цікавий і заслуговує на вивчення та застосування іншими вчителями методичних особливостей навчального процесу з метою підвищення інтересу до математики як предмету та розвитку творчих здібностей обдарованих учнів.

Аналіз методичних комплексів вчителя показав, що навчально-методичними особливостями роботи є:

- постійне вдосконалення технології уроку математики;
- впровадження диференційованого та індивідуального підходів до кожного учня в процесі навчання математики;
- дослідження проблеми викладання математики в профільних і спеціалізованих класах та проведення експерименту ;
- дослідження проблеми узгодженості програм з математики загальноосвітніх і спеціалізованих класів.

Азаренкова А.І., вчитель, який має тверді переконання, що в основі роботи кожного педагога має бути відповідна домінуюча ідея, що допоможе в розв'язанні найголовнішого завдання – виховувати нові таланти, розкривати творчі здібності й можливості кожного учня на уроках математики.

Для Азаренкової А.І. головне – **навчити дитину вчитися, а до цього – навчити її мислити, вміти знаходити раціональні шляхи розв'язання проблеми, радіти процесу пізнання нового.**

Сучасний вчитель повинен уміти розвивати творчість дітей і робити це так, щоб вони одержували задоволення від своєї творчої діяльності.

Особливу увагу в своїй педагогічній діяльності Азаренкова А.І. приділяє роботі з обдарованими дітьми. Робота з такою категорією учнів є складною, але завжди має позитивний результат. Вчитель відзначає, що саме робота з обдарованими учнями не витримує стандарту, а вимагає творчості й постійної пошукової діяльності як учнів, так і вчителів.

Основні напрямки роботи Азаренкова А.І. з обдарованими учнями є:

- підготовка учнів до олімпіад різних рівнів та турнірів з математики;
- участь учнів у конкурсах-захистах науково-дослідницьких робіт з математики.

З метою реалізації названих видів роботи вчитель постійно працює з учнями, які виявили бажання поглиблено займатися математикою.

Такими заняттями є:

1. Засідання математичного гуртка. На заняттях гуртка вчитель пропонує різнорівневі завдання, які можуть розв'язувати учні 6-10 класів. До роботи таких гуртків залучаються і випускники, які вже мають достатні знання з математики, і учні молодших класів. Така організація гуртка дає учням можливість:

- вчитися одне в одного;
- розвивати дослідницькі навички;
- формувати систему стосунків між учнями різних класів.

2. Робота творчих груп (різновікових). При створенні проблемних груп з математики враховується вік учнів та рівень розвитку їх математичних здібностей.

Усі учні, які навчаються у вчителя Азаренкової А.І., обов'язково приймають участь або у математичному гуртку або у проблемній групі.

Уся діяльність визначного педагога-математика Сумщини направлена на створення умов творчого розвитку та самореалізації учнів шляхом зацікавлення їх математикою, виховання в учнів впевненості у власних силах, допомоги у здобутті міцних знань, навичок та вмінь з математики.

Правильно обрана та раціонально впроваджена в навчально-виховний процес методична система, запроваджена вчителем математики Азаренковою А.І., позитивно впливає на результати учнів:

- блискучі перемоги команди учнів школи у математичних турнірах протягом останніх 10 років;
- учні-переможці обласних та Всеукраїнських олімпіад з математики;
- високі бали (190-200) успішності випускників на ЗНО з математики;
- вступ учнів до вищих навчальних закладів України, де профільним предметом є математика становить 100%.

Індивідуальний підхід до кожного учня, який є домінуючим у роботі творчого вчителя математики Азаренкової А.І., відкриває учням всі шляхи для успішного розвитку математичних здібностей.

Висновки. Головним завданням творчого вчителя є своєчасне виявлення творчої особистості та розвиток її таланту. Правильно поставлені цілі та завдання навчання перед учнями дає можливість усвідомлено розв'язати поставлену вчителем проблему.

Академік А.М.Колмогоров зазначав, що не з кожного учня вийде вчений, але необхідно добиватися, щоб кожному була знайома радість відкриття нового, радість творчого усвідомлення життя.

Ця необхідність є мотивуючим імпульсом для розвитку пізнавальної діяльності учнів і допомагає вчителю мобілізувати всі свої зусилля, сконцентрувати увагу, активізувати роботу мислення учнів.

Вивчення досвіду роботи творчих та успішних вчителів дає змогу зрозуміти, як вчитель прививає любов до математики, розвиває творчі здібності, активізує пізнавальну активність та досягає високих позитивних результатів у

навчанні учнів.

З досвіду роботи вчителя математики Азаренкової А.І., на наш погляд, найбільш перспективним шляхом, завдяки якому формується творча особистість на уроках математики є індивідуальний підхід до кожного учня.

Література

1. Абдулаєва Н.П. Формування творчої особистості учня у процесі позакласної роботи з математики / Н.П.Абдулаєва // Обдарована дитина. – 2010. – № 2. – С. 18-21.
2. Аніконова М. Активізація творчої діяльності учнів на уроках математики / Маргарита Аніконова // Математика. – 2009. – № 23 (червень). – С.1-6.
3. Волошин Б. Розвиток математичних здібностей учнів / Б. Волошин, К. Академія, 2002. – 576 с.
4. Кушнір В. Інноваційні підходи до розвитку творчих здібностей математично обдарованих учнів / В.Кушнір, Г.Кушнір, Н.Рожкова // Шлях освіти. – 2009. – № 4. – С. 9-17.
5. Музиченко С.В. Проблема творчості та її аспекти // Наукові записки: Збірник наукових статей Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова / Укл. П.В. Дмитренко, Л.Л. Макаренко. – К.: НПУ, 2001. – Випуск 44. – С. 123-127.

Анотація. *Петренко С.В., Шарай К.О. Формування творчої особистості на уроках математики (з досвіду роботи вчителя математики А. І. Азаренкової). У даній статті розглянута проблема виховання творчої особистості на уроках математики, розкриті складові частини цього поняття, проаналізований досвід роботи вчителя математики Азаренкової А.І. та особливості її роботи з обдарованими учнями.*

Ключові слова: *творчість, творча особистість, творчий вчитель, творчі здібності, математичні здібності.*

Аннотация. *Петренко С.В, Шарай К.О. Формирование творческой личности на уроках математики (с опыта работы учителя математики А.И. Азаренковой) В данной статье рассмотрена проблема воспитания творческой личности на уроках математики, раскрыты составляющие этого понятия, проанализированы некоторые методы работы с одаренными учениками с опыта работы учителя математики Азаренковой А.И.*

Ключевые слова: *творчество, творческая личность, творческий учитель, творческие способности, математические способности.*

Summary. *Petrenko S., Sharai K. Formation of the creative personality in math class (with experience math teacher Azarenkova A.) This article deals with the problem of upbringing in math, disclosed components of this concept, analyzed some of the methods of work with gifted students with work experience math teacher Azarenkova A.*

Key words: *creative person, creative, teacher, creativity, math skills.*

УДК 517.6

В.Д. Погребний

Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка

ТРАНСФІНІТНІ ЗАМИКАННЯ

Відомо, що адекватний опис топологічної структури в термінах збіжності послідовностей можливий далеко не завжди (див. наприклад, [8, с. 93], [2, с. 91]). Для цього потрібні значно більш непрості конструкції збіжності – напрямленості, розроблені українським математиком С.О. Шатуновським та американцями Е.Муром та Г.Смітом або фільтри, які вперше з'явилися у М. Фреше і детально розроблені А.Картаном. Оскільки напрямленості та фільтри значно складніші, ніж звичайні послідовності, то виникає питання: в яких топологічних просторах можливий адекватний опис топологічної структури в термінах послідовностей? Це питання детально висвітлене у нашій попередній статті [7].

Теорія фільтрів є незвичною для починаючих вивчати сучасний аналіз, а труднощі з напрямленостями пов'язані з частковою упорядкованістю області задання – частковий порядок теж значно складніший і незвичніший, ніж лінійний. Тому виникає бажання все ж обійтися послідовностями за рахунок деякого ускладнення області задання. Послідовність – це відображення $f: N \rightarrow X$. Множина N лінійно упорядкована і навіть цілком упорядкована. Натуральні числа грають подвійну роль: кардинальних (кількісних) та ординальних (порядкових) чисел. Оскільки у понятті границі послідовності важливий саме порядок $(n > n_0 \Rightarrow x_n \in V(x_0))$, то виникає бажання розглянути узагальнені послідовності, а саме трансфінітні. Відомо [1, с. 66], що довільна множина порядкових чисел є цілком упорядкованою. Що ми розуміємо під терміном «трансфінітна послідовність»? Нехай α_0 – граничний ординал, $A = \{\alpha: \alpha < \alpha_0\}$ – множина порядкових чисел, менших α_0 . Відображення $A \rightarrow X, x(\alpha) = x_\alpha, \forall \alpha \in A$ називається трансфінітною послідовністю типу (α_0) . Чи вдається за допомогою трансфінітних послідовностей одержати адекватний опис топологічної структури? Відповідь виявляється негативною [5, с. 20]: «Не кожному точці з $\overline{M}$ вдається представити у вигляді послідовності точок з M , навіть трансфінітною».

Причина цього явища полягає у тому, що система околів точки у топологічному просторі, взагалі кажучи, упорядкована частково. Не завжди вдається у цій системі околів виділити ланцюг деякої потужності, що дає фундаментальну систему околів.

Розглянемо тепер інший аспект проблеми. Нехай на множині X задано деяку абстрактну (σ) -збіжність. Відомі умови на неї, що дозволяють одержати топологічну структуру. Це виконується через так звані (σ) -замикання множини $M \subset X$. (σ) -замикання множини M є множина $\overline{M}^{(\sigma)}$, що складається з усіх

(σ) -границь (σ) -збіжних напрямленостей точок множини M . M називається (σ) -замкненою, якщо $\overline{M}^{(\sigma)} = M$. При виконанні умов NA1, NA2 [6, с. 107] сімейство всіх (σ) -замкнених множин є сімейством всіх замкнених множин деякої топології $\tau^{(\sigma)}$ на X . При цьому збіжність у цій топології слабша (ширша), ніж вихідна (σ) -збіжність: $(\tau^{(\sigma)}) \supset (\sigma)$, $(\sigma) \Rightarrow (\tau^{(\sigma)})$. При виконанні також умов NA3, NA4 ці збіжності співпадають: $(\sigma) = (\tau^{(\sigma)})$. Таким чином, при виконанні цих чотирьох умов, $\overline{M} = \overline{M}^{(\sigma)}$ для всіх $M \subset X$.

Але часто розглядають такі абстрактні збіжності, що задовольняють лише умови NA1, NA2 – так звані простори Фреше (іноді ще постулюють єдиність (σ) -границі). Тоді не завжди $\overline{M}^{(\sigma)}$ співпадає з $\overline{M}$.

Позначимо через $\overline{M}^{(1)}$ множину всіх (σ) -границь всіх (σ) -збіжних напрямленостей точок з M . Отже $M^{(1)} = \overline{M}^{(\sigma)} \cdot \overline{M}^{(2)}$ – це множина всіх (σ) -границь всіх (σ) -збіжних напрямленостей точок з $M^{(1)}$. Тобто $\overline{M}^{(2)} = \overline{M^{(1)}(\sigma)} = \overline{(\overline{M}^{(\sigma)})^{(\sigma)}}$ і т.д. Якщо α – трансфінітне число, то

$$\overline{M}^{(\sigma)} = \{x_0: x_0 = (\sigma)\text{-}\lim x_\alpha, x_\alpha \in \bigcup_{\beta < \alpha} \overline{M}^{(\beta)}\}.$$

Тоді для таких трансфінітних замикань має місце такий результат [6]: $\bigcup_\alpha \overline{M}^{(\alpha)} = \overline{M}$.

Трансфінітні замикання також використовував С.Банах [3, с.102-106, 181] при вивченні множин лінійних функціоналів у спряжених просторах. (Напрямленостей він не використовував).

Таким чином, хоча трансфінітні послідовності у загальному випадку і не є адекватними топологічній структурі, вони все ж являють собою цікаві і важливі конструкції в топологічних просторах.

Література

1. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. – М.: Наука, 1977. – 368 с.
2. Александрян Р.А., Мирзаханян Э.А. Общая топология. – М.: Высшая школа, 1979. – 336 с.
3. Банах С.С. Курс функціонального аналізу. – К.: Радянська школа, 1948. – 216 с.
4. Вулих Б.З. Введение в теорию полуупорядоченных пространств. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 408 с.
5. Келли Дж.Л. Общая топология. – М.: Наука, 1968. – 384 с.
6. Петунин Ю.И., Скляднев С.А. Некоторые вопросы теории пространств Фреше // Труды семинара по функциональному анализу в Воронежском университете. – Воронеж, 1968. – С.84 (выпуск 10).

7. Погребний В.Д. Про деякі проблеми характеристики топологічної структури в термінах послідовностей // Фізико-математична освіта, випуск 1(3). – Суми: СумДПУ, 2012. – С. 26-32.
8. Энгелькинг Р. Общая топология. – М.: Мир, 1986. – 753 с.

Анотація. Погребний В.Д. Трансфінитні замикання. Розглядаються деякі аспекти використання трансфінитних послідовностей і транс фінитних замикань у загальній топології і функціональному аналізі. Вказується на неадекватність цих конструкцій загальним топологічним структурам.

Ключові слова: послідовність, залежність, трансфінитний, замикання, границя.

Аннотация. Погребной В.Д. Трансфинитные замыкания. Рассматриваются некоторые аспекты применения трансфинитных последовательностей и трансфинитных замыканий в общей топологии и функциональном анализе. Указывается на неадекватность этих конструкций общим топологическим структурам.

Ключевые слова: последовательность, сходимость, трансфинитный, замыкание, предел.

Summary. Pogrebnoy V. Transfinite circuit. We consider some aspects of the use of transfinite sequences and trans finite circuits in general topology and functional analysis. Specifies the inadequacy of these structures general topological structures.

Keywords: sequence dependence transfinite, circuit boundary.

І.А. Почерніна*Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка***СИМЕТРИЯ В МАТЕМАТИЦІ ТА КРИСТАЛОГРАФІЇ**

Симетрія – в широкому і вузькому розумінні є тією ідеєю, яку людина протягом століть намагалася досягнути і створити порядок у всіх фізичних явищах. І наш Всесвіт з усіма його складнощами, мабуть, побудують у майбутньому відповідно до понять про симетрії [1].

З симетрією людина зустрічається скрізь – в природі, техніці, мистецтві, науці. Поняття симетрії проходить через всю багатовікову історію людської творчості. Принципи симетрії відіграють важливу роль у фізиці, математиці, хімії, біології, музиці та архітектурі.

У ряді випадків симетрія є досить очевидним фактом. Наприклад, будь-який школяр, розглядаючи рівносторонній трикутник, може показати, чому ця фігура симетрична, для підтвердження думки може запропонувати кілька перетворень, в результаті яких трикутник не змінить свого виду. Насправді поняття симетрії набагато ширше, під нею розуміється незмінність при будь-якій операції не тільки предметів, але й фізичних явищ, математичних формул, рівнянь, тощо. За допомогою уявлення про симетрію людина намагається зрозуміти порядок, красу, досконалість природи. Початковий сенс симетрії – це співрозмірність, схожість, подібність, порядок, ритм, узгодження частин в цілісній структурі.

Поняттям симетрії займалися досить давно. Так ще Піфагорійці створювали перші космологічні системи центрально-симетричного Всесвіту. Також вони вважали, що в природі найбільш поширені два види симетрії – дзеркальна і радіальна. Дзеркальну симетрію має метелик, а радіальну симетрію, наприклад, – ромашка.

Поняття симетрії в науці постійно розвивалося й уточнювалося. Наука відкрила цілий світ нових, невідомих раніше симетрій, що вражає своєю складністю і багатством.

Якщо серед усіх наук розглянути саме геометрію, то в ній поняття симетрії вводиться через розгляд деяких перетворень площини, які і допомагають створювати симетричні об'єкти, основними з яких є: симетрія відносно точки, осьова симетрія, дзеркальна симетрія, паралельне перенесення, ковзна симетрія тощо.

Для початку розглянемо найбільш поширений вид симетрії: симетрію відносно точки.

Перетворення фігури F у фігуру F' , при якому кожна її точка X переходить у точку X' , симетричну відносно даної точки O , називається перетворенням симетрії відносно точки O . При цьому фігури F і F' називаються симетричними відносно точки O (рис.1) [2].

Для того, щоб знайти положення об'єкта симетричного даному, відносно точки O , достатньо знайти положення визначаючих його точок.

Знайдемо координатні формули симетрії відносно точки $A_0(x_0, y_0)$. Нехай $A(x, y)$ і $A'(x', y')$ – дві взаємно симетричні точки відносно точки A_0 . Оскільки A_0 – середина відрізка AA' , то її координати визначаються за формулами

$$x_0 = \frac{x+x'}{2}, y_0 = \frac{y+y'}{2}$$

Записавши ці рівності відносно x' і y' , дістанемо *координатні формули симетрії відносно точки*:

$$\begin{cases} x' = -x + 2x_0, \\ y' = -y + 2y_0. \end{cases}$$

Коли центр симетрії збігатиметься з початком координат, тобто $A_0(x_0, y_0) = O(0, 0)$, то координати взаємно симетричних точок $A(x, y)$ і $A'(x', y')$ визначатимуться такими рівностями:

$$\begin{cases} x' = -x, \\ y' = -y. \end{cases}$$

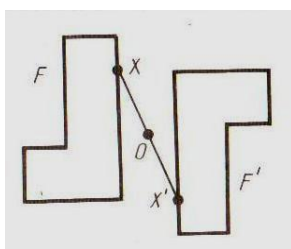


Рис. 1



Рис. 2

Ці формули переконують, що для найпростішого аналітичного зображення центральної симетрії зручно за початок системи координат брати центр симетрії.

Якщо ж говорити про дзеркальну симетрію, то в цьому випадку все зводиться до більш описового означення. Побачити дзеркальний двійник об'єкту зовсім неважко. Досить помістити освітлений об'єкт перед плоским дзеркалом і заглянути в це дзеркало. Звичайно вважають, що спостережуваний в дзеркалі двійник є точною копією самого об'єкту. Насправді ж це не зовсім так. Дзеркало не просто копіює об'єкт, а міняє місцями (переставляє) передні і задні по відношенню до дзеркала частини об'єкту. У порівнянні з самим об'єктом його задзеркальний двійник опиняється таким, що «вивернуло» уздовж напрямку, перпендикулярного до площини дзеркала (рис.2).

Припустимо, що одна половина об'єкту є дзеркальним двійником по відношенню до іншої його половини. Такий об'єкт називають дзеркально симетричним. Він перетворюється сам в себе при віддзеркаленні у відповідній дзеркальній площині, ця площина є площиною симетрії.

У разі двовимірного (плоского) об'єкту замість площини симетрії розглядається вісь симетрії – лінія перетину площини симетрії з площиною

об'єкту. У разі одновимірного (лінійного) об'єкту розглядається центр симетрії – точка перетину прямої об'єкту з площиною симетрії.

Тобто, якщо розглядати дзеркальну симетрію на площині, то це буде не що інше як симетрія відносно прямої або осьова симетрія.

Нагадаємо означення осьової симетрії.

Перетворення фігури F у фігуру F' при якому кожна її точка X переходить у точку X' , симетричну відносно даної прямої l , називається перетворенням симетрії відносно прямої l (осьова симетрія). При цьому фігури F і F' називаються симетричними відносно прямої l [2].

Для координатного задання симетрії відносно прямої l доцільно за одну з осей координат взяти пряму l , оскільки вона при такій симетрії залишається незмінною. Отже, нехай вісь Ox збігається з прямою l . Тоді при симетрії відносно прямої Ox кожна точка $A(x; y)$ площини перетворюється в точку $A'(x'; y')$ таку, що

$$\begin{cases} x' = x; \\ y' = -y. \end{cases}$$

Тому перетворення симетрії відносно осі абсцис виражається такими формулами:

$$\begin{cases} x' = x; \\ y' = -y. \end{cases}$$

Аналогічними міркуваннями знаходимо, що симетрія відносно осі ординат виражається формулами

$$\begin{cases} x' = -x; \\ y' = y. \end{cases}$$

Щодо паралельного перенесення, то застосування цього перетворення ми доволі часто зустрічаємо і в повсякденному житті. Це і різноманітні бордюри, графіки деяких функцій, поширення звукових хвиль та інше (рис.3). Такі рівномірні (поступальні) повторення і називають паралельними перенесеннями. Введемо поняття паралельного перенесення площини як окремого випадку перетворення площини за допомогою понять відображення і вектора.

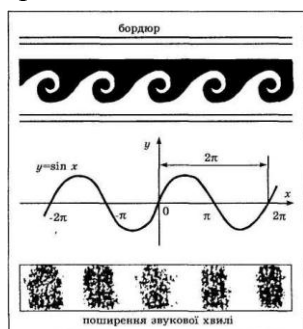


Рис. 3

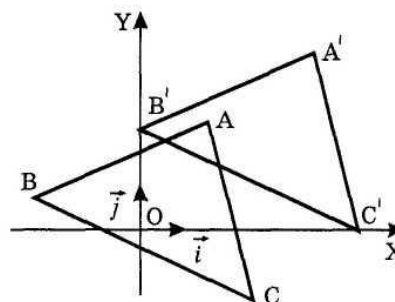


Рис. 4

Нехай $\vec{\alpha}$ – деякий вектор площини. Перетворення площини, при якому кожна точка M площини відображається на таку точку M' цієї ж площини, що $\overrightarrow{MM'} = \vec{\alpha}$, називається паралельним перенесенням [2].

Щоб записати дане перетворення в координатах виберемо прямокутну систему координат $(O, \vec{i}, \vec{j})$ на площині, в якій визначене паралельне перенесення вектором $\vec{a}$ (рис.4)

Якщо $A(x; y)$ і $A'(x'; y')$ є парою відповідних точок, то $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$. Нехай вектор $\vec{a}$ в $(O, \vec{i}, \vec{j})$ має координати x_0 і y_0 . Знайдемо вираження координат x', y' точки-образу через координати x, y її прообразу. Вектор $\overrightarrow{AA'}$ має координати $x' - x$ і $y' - y$. Але $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$ тому $x' - x = x_0, y' - y = y_0$. Отже, координати x', y' образу виражаються через координати x, y прообразу в паралельному перенесенні на вектор $a(x_0, y_0)$ формулами

$$\begin{cases} x' = x + x_0, \\ y' = y + y_0. \end{cases}$$

Досить часто доводиться користуватися також формулами, що визначають координати прообразу через координати її образу.

Ці формули безпосередньо дістанемо з формул:

$$\begin{cases} x = x' - x_0, \\ y = y' - y_0. \end{cases}$$

Обертанням користуються як методом розв'язання геометричних задач на побудову. Ідея методу обертання полягає в тому, щоб повернути яку-небудь дану або шукану фігуру біля доцільно вибраного центра на відповідний кут так, щоб полегшити аналіз задачі або навіть безпосередньо прийти до розв'язку.

Нехай у площині дана точка O та орієнтований кут α (рис.5). Кожній точці M даної площини будемо ставити у відповідність таку точку M' , щоб $OM = OM'$, та $\angle MOM' = \alpha$. Такого роду відповідність називається обертанням площини біля точки O на кут α . Точка O називається центром обертання, кут α – кутом повороту [2].

Щоб знайти координати точки при її повороті візьмемо таку прямокутну декартову систему координат з початком у точці O , щоб координатний базис $(\vec{i}, \vec{j})$ і кут повороту α були однаково орієнтовані. Нехай довільна точка $M(x; y)$ площини поворотом R_O^α відображується в точку $M'(x'; y')$. Тоді $OM = OM'$, $\angle MOM' = \alpha$. Позначимо $(\vec{i}, \overrightarrow{OM}) = \varphi$. Матимемо:

$$\begin{cases} x = OM \cos \varphi, \\ y = OM \sin \varphi \end{cases} \quad \text{і} \quad \begin{cases} x' = OM' \cos (\varphi + \alpha), \\ y' = OM' \sin (\varphi + \alpha). \end{cases}$$

Перетворивши формули, отримаємо координати точки-образу при її повороті.

$$\begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha, \\ y' = y \sin \alpha + x \cos \alpha. \end{cases}$$

Якщо ж говорити про композицію перетворень, то важливо буде згадати ковзну симетрію (рис.6).

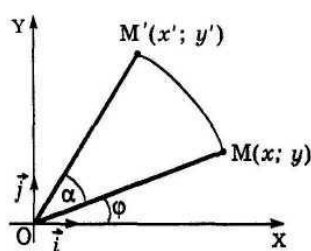


Рис. 5

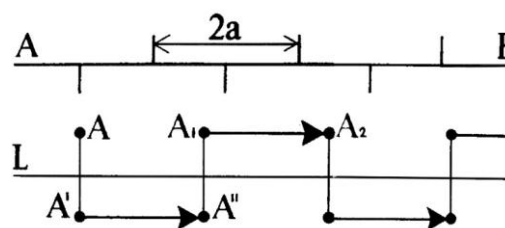


Рис. 6

Композицію осьової симетрії і нетотожного перенесення паралельно осі симетрії називають *ковзною симетрією* і позначають

$$S_l^{\vec{a}} = T_{\vec{a}} S_l \text{ або } S_l^{\vec{a}} = S_l T_{\vec{a}}$$

Ковзну симетрію можна подати композицією трьох осьових симетрій, вісь однієї з яких збігається з віссю даної ковзної симетрії, а дві інші осі до неї перпендикулярні.

Принципи симетрії використовуються у всіх напрямках сучасної науки. Симетрія відіграє важливу роль в математиці, логіці, філософії, мистецтві, біології, фізиці, хімії та інших науках, які мають справу з системами, а також дослідженнями в області загальної методології.

Якщо говорити про використання симетрії у фізиці, то тут на перший план виходить симетрія в кристалографії.

Здавна правильну, симетричну форму кристалів пояснювали симетричним розташуванням атомів. Саме існування атомів було ще гіпотезою, але зовнішній прояв чіткого порядку змушував припускати внутрішню причину.

Симетрія кристалів - властивість кристалів поєднуватися із собою при поворотах, відображеннях, паралельних переносах або при комбінації цих операцій. Симетрія зовнішньої форми кристала визначається симетрією його атомної будови, яка зумовлює також і симетрію фізичних властивостей кристала.

Кристали - об'єкти в тривимірному просторі, тому класична теорія симетрії кристалів – це теорія симетричних перетворень в тривимірному просторі. Такі перетворення називаються ортогональними або ізометричними. Після перетворення симетрії частини об'єкту, що знаходилися в одному місці, збігаються з частинами, що перебували в іншому місці. Це означає, що в симетричному об'єкті є рівні частини (сумісні або дзеркальні) [3].

Закономірність і симетрія структури кристала - наслідок динамічної рівноваги багатьох сил або процесів. Зовнішні впливи, як, наприклад, електричне або магнітне поле, механічне зусилля або додавання чужорідних атомів в кристал, можуть порушувати цю рівновагу і відповідно міняти властивості кристала. Це відкриває широкі можливості управління властивостями кристалів, які використовуються в сучасній техніці.

Симетрія описується за допомогою операцій і елементів симетрії. Операцією симетрії називається таке перетворення, при якому точка, частина фігури або вся фігура збігається з іншою точкою, частиною фігури або фігура

збігається сама з собою. Кожній операції симетрії може бути зіставлений елемент симетрії - пряма, площина або точка, відносно якої проводиться дана операція.

Кристалу може бути притаманна не одна, а кілька операцій симетрії. Так, кристал кварцу поєднується із собою не тільки при повороті на 120° навколо вісі, але і при повороті навколо вісі на 240° , а також при поворотах на 180° навколо осей Ox , Oy , Oz . Сукупність операцій симетрії $\{g_1, g_2, \dots, g_N\}$ даного кристала утворює групу симетрії $G (g_1, g_2, \dots, g_N)$. Послідовність проведення операцій симетрії також є операцією симетрії. Для опису кристалів використовують різні групи симетрії, з яких найважливішими є точкові групи симетрії, що описують зовнішню форму кристалів; їх називають також кристалографічними класами; просторові групи симетрії, що описують атомну структуру кристалів [3].

Існує безліч видів симетрії як в рослинному, так і в тваринному світі, але при всьому різноманітті живих організмів, принцип симетрії діє завжди, і цей факт ще раз підкреслює гармонійність нашого світу.

Література

1. Урманцев Ю. А. Симметрия природы и природа симметрии / Ю.А.Урманцев – М.: Знание, 1974. – 461с.
2. Мурач М.М. Геометричні перетворення і симетрія. – К. 1987.
3. Овчинников Н.Ф. Философские проблемы классической и неклассической физики. Современная интерпретация/ Н.Ф.Овчинников – М.: ИФРАН, 1998. – С. 79-98.
4. <http://alexfrost.ucoz.ru/index/nature/0-4>.

Анотація. У статті розглянуто різні підходи до визначення поняття симетрії, її застосування у кристалографії. Наведені різні види симетричних перетворень та коротко розглянуто історичне виникнення поняття «симетрія»

Ключові слова: симетрія, перетворення, кристали, геометричні фігури.

Аннотация. В статье рассмотрены различные подходы к определению понятия симметрии, ее применения в кристаллографии. Приведены различные виды симметричных преобразований и кратко рассмотрены историческое возникновение понятия «симметрия».

Ключевые слова: симметрия, преобразования, кристаллы, геометрические фигуры.

Summary. There are different approaches to the concept of symmetry and its application in crystallography in this article. These different types of symmetry transformations and briefly reviewed the historical emergence of the concept of "symmetry"

Keywords: symmetry transformation, crystals, geometric shapes.

УДК 378.147

А.О. Розуменко, І.В. Лунгор

Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка

САМОСТІЙНА РОБОТА УЧНІВ ПРОФЕСІЙНО–ТЕХНІЧНИХ УЧИЛИЩ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

Постановка проблеми. Одним із стратегічних напрямків модернізації середньої освіти є виховання самостійності, відповідальності, розвитку інтелектуальних здібностей учнів. Не можна «передати знання». Їх можна повідомити. Учень повинен опанувати їх, прийняти як особисто значущі, усвідомити. Все це неможливо без самостійного опрацювання навчального матеріалу. Самостійна діяльність формує в учнів психологічну установку на систематичне поповнення своїх знань і є необхідною умовою самоорганізації власної навчальної, а згодом і професійної діяльності.

Аналіз досліджень. Проблема самостійної роботи учнів не є новою в дидактиці середньої школи. Самостійну роботу учнів досліджували як вітчизняні (В.Володько, Т.Іванова, М.Солдатенко, В.Ужик, М.Штокало та інші), так і зарубіжні (Б.Єсіпов, М.Данилов, П.Підкасистий та інші) науковці.

Існують різні трактовки поняття «самостійна робота», а саме:

- 1) самостійна робота – це діяльність учнів, що протікає без безпосереднього керівництва вчителя, хоча спрямовується і організується ним;
- 2) самостійна робота – це специфічний педагогічний засіб організації і керування самостійною діяльністю учнів у навчальному процесі, яка повинна включати метод навчального чи наукового пізнання ;
- 3) самостійна робота – це специфічний вид навчально-пізнавальної діяльності чи комбінація декількох видів;
- 4) самостійна робота – це різноманітні види індивідуальної та групової пізнавальної діяльності учнів, що здійснюється ними на уроках та у позанавчальний час.

Під самостійною роботою учнів розуміють сплановану, організаційно і методично спрямовану пізнавальну діяльність, що здійснюється без прямої допомоги вчителя для досягнення конкретного результату.

У педагогічній літературі існує багато різних класифікацій типів і видів самостійної роботи. Найбільш вживаною є класифікація, запропонована П.І.Підкасистим [4], у якій виділяються самостійні роботи за зразками, реконструктивно-варіативні, евристичні (частково-пошукові) і творчо-дослідницькі. На практиці найчастіше використовують самостійні роботи за зразком, які містять типові завдання, і конструктивно-варіативні, які передбачають необхідність відтворення не тільки певних фактів, але й структури знань, усвідомлення зв'язків між поняттями. Учитель має чітко визначити зміст

самостійної роботи учня, форми її організації, забезпечити корекційний контроль та якісну перевірку.

Організація самостійної роботи учнів професійно-технічних училищ (ПТУ) має свою специфіку, яка зумовлена цілим рядом причин, а саме:

- 1) учні ПТУ мають низький рівень підготовки із загальноосвітніх дисциплін, зокрема з математики;
- 2) у них майже відсутня навчальна мотивація щодо загальноосвітніх дисциплін;
- 3) дуже низький рівень сформованості вмінь учитися самостійно.

Тому цілий ряд питань щодо організації самостійної роботи учнів ПТУ у процесі навчання взагалі, і математики зокрема, потребують уточнення і додаткової розробки. Серед них можна виділити наступні:

- 1) теоретичне обґрунтування педагогічних умов організації та стимулювання самостійної роботи учнів;
- 2) вивчення різних видів самостійної роботи та методів їх проведення;
- 3) експериментальна перевірка системи педагогічних умов удосконалення самостійної роботи учнів.

Мета статті полягає в обґрунтуванні необхідності самостійної роботи учнів професійно-технічних училищ при навчанні математики та визначенні методичних особливостей самостійного опрацювання математичного тексту, як одного із видів самостійної роботи.

Виклад основного матеріалу. Одним з найдоступніших і перевірених практикою шляхів підвищення ефективності уроку, активізації пізнавальної діяльності учнів на уроці є відповідна організація самостійної навчальної роботи. Вона займає особливе місце на сучасному уроці, тому що учень набуває знань тільки в процесі особистої самостійної навчальної діяльності.

Під самостійною навчальною роботою у педагогіці розуміють будь-яку, організовану вчителем, активну діяльність учнів, спрямовану на виконання визначеної дидактичної мети в спеціально відведений для цього час: пошук знань, їх осмислення, закріплення, формування та розвиток умінь і навичок, узагальнення та систематизацію знань [3].

Відомий вчений-методист Слєпкань З.І. під самостійною роботою розуміє самостійне вивчення учнями навчального матеріалу на уроці або під час виконання домашнього завдання за підручниками, навчальними посібниками та науково-популярною літературою, самостійне доведення теорем і розв'язування задач, роботу в зошитах з друкованою основою, програмоване навчання за допомогою програмованих посібників та персональних комп'ютерів [5, 49].

Педагоги висувають такі основні вимоги щодо ефективної організації самостійної діяльності учнів на уроці:

- 1) будь-яка самостійна робота на будь-якому рівні повинна мати конкретну мету, кожен учень знає порядок і прийоми виконання роботи;
- 2) самостійна робота повинна відповідати навчальним можливостям учня, а ступінь складності задовольняти принцип поступового переходу від одного

рівня самостійності до іншого, забезпечуючи поєднання різних видів самостійної роботи.

Призначення самостійної роботи – розвиток пізнавальних здібностей, творчого мислення, ініціативи в прийнятті рішення.

Зміст роботи, форма її виконання повинні викликати інтерес в учнів, бажання виконати роботу до кінця. Самостійна робота організовується так, щоб вона сприяла виробленню в учнів навичок та звички до праці [3].

Пропонувати учням самостійно опрацювати за підручником теоретичний матеріал треба хоча б один-два рази за чверть (залежно від того, як вони вміють працювати з книгою). Основна мета таких завдань – навчити учнів читати математичний текст, інакше кажучи, навчити їх учитися [1, 119].

При навчанні будь-якому предмету важливим є вміння самостійно опрацювати текст. У процесі навчання математики це вміння можна конкретизувати як уміння прочитати нескладний математичний текст, виділити в ньому основні елементи, усвідомити їх взаємозв'язки та вміти використовувати на практиці те, про що йдеться в тексті. Формувати вміння опрацювати математичний текст можна на кожному етапі навчання.

У процесі формування в учнів умінь опрацювати математичний текст слід звернути увагу на такі загально початкові вміння:

- 1) учень повинен уміти користуватися змістом, предметним покажчиком, довідниковим матеріалом, що пропонується в підручнику;
- 2) учень повинен уміти знайти в підручнику потрібний параграф, пункт (користуючись змістом, предметним покажчиком);
- 3) учень повинен уміти виокремити в тексті підручника формулювання означень, правил від пояснень і прикладів;
- 4) учень повинен уміти знайти в тексті відповіді на контрольні питання (що є у підручнику або сформульовані вчителем);
- 5) учень повинен уміти розбити на окремі змістові одиниці текст, що запропоновано вчителем;
- 6) учень повинен уміти скласти простий план того, що він прочитав [2, 67].

Математичний текст дещо відрізняється від художнього тексту. По-перше, наявністю багатьох математичних понять, термінів, формул, символів. Коли учень не знає хоч якого-небудь терміна чи символу, що є в тексті, він не зможе його зрозуміти. По-друге, наявністю різних схематичних рисунків, тісно пов'язаних з текстом. На них треба дивитися паралельно з читанням тексту; читати доводиться не абзацами і навіть не реченнями, а частинами речень. По-третє, наявністю багатьох шрифтів, якими виділяють означення, теореми, правила, примітки. По-четверте, стилем викладу, чіткістю, лаконічністю, строгістю. Читання математичної книги потребує максимальної уваги, міцного знання всього попереднього матеріалу. У математичному тексті на кожному кроці доводиться зустрічатися з різними посиланнями на наведені раніше теореми, означення, задачі, аксіоми. Читати математичний текст треба з олівцем в руках [1, 119].

Відома вчений-методист З.І.Слепкань виділяє правило-орієнтир роботи з математичним текстом, який можна запропонувати учням. Це правило містить такі кроки:

1. Прочитай уважно текст один або два рази, виділи головне в ньому (нові поняття, твердження, правила тощо).
2. Склади план прочитаного.
3. Виділи поняття, про які йдеться в тексті. Пригадай означення відомих понять і виділи означення нових.
4. Виділи твердження, які доводяться в тексті. З'ясуй, що в них дано, що треба довести. З'ясуй, з яких відомих тверджень вони обґрунтовуються.
5. Спробуй відповісти на контрольні запитання. Сформулюй означення нових понять і твердження, які доводились в тексті.
6. Не вдаючись до тексту, виконай потрібні рисунки і відтвори прочитане за планом [5,49].

На нашу думку, таке правило-орієнтир можуть використовувати учні, які мають вже досить високий рівень сформованості вміння опрацьовувати математичний текст. В умовах ПТУ необхідно проводити цілеспрямовану поетапну роботу по формуванню відповідного вміння.

Ми поділяємо думку методистів, які виділяють три рівні сформованості даного вміння, а саме початковий, середній і високий, що відповідають різним етапам опрацювання математичного тексту[2, 125].

Початковий рівень – учень повинен вміти сприймати інформацію і відтворювати її за контрольними питаннями вчителя.

На цьому етапі учень не може самостійно оцінювати навчальний матеріал за складністю та важливістю, тому одним із завдань учителя є навчання виділенню вузлових моментів тексту. На цьому етапі система контрольних питань, за допомогою яких учитель перевіряє засвоєння прочитаного матеріалу, повинна охоплювати всі вузлові моменти, не повинна містити другорядні питання, що не стосуються основного матеріалу. Відсутні питання щодо застосування даного матеріалу.

Середній рівень – учень повинен самостійно виокремлювати вузлові моменти тексту.

Для цього треба навчити учня складати план відповіді. Перш за все, учень має виділити в тексті нові поняття і факти, а також вже відомі, на які спирається виклад нового матеріалу. Таке вміння формується поступово. На початку роботи перед учнями ставляться такі питання:

1. Які знайомі поняття були використані в даному тексті?
2. На які відомі факти були посилення?
3. Які нові поняття зустрілися в тексті?
4. Які нові факти були сформульовані?

Після того, як учні звикнуть, що такі питання обов'язково супроводжують вивчення тексту, тобто коли вони навчаться самостійно, без

спеціальної підготовки виокремлювати основні моменти, можна переходити до наступного етапу.

Високий рівень – учні самостійно складають план математичного тексту, відтворюють його за цим планом.

Цей план повинен містити вузлові моменти математичного тексту та їх характеристики (означення понять, формулювання математичних тверджень).

Наприклад, при опрацюванні теми «Функції, їхні властивості та графіки» робота з підручником може бути організована в декілька етапів.

На першому етапі вчитель пропонує згадати учням, які функції вони вивчали в основній школі.

На другому етапі вчитель разом з учнями починає заповнювати таблицю 1.

Таблиця 1

№	Функція	Схематичне зображення графіка	$D(f)$	$E(f)$
1.	$f(x)=kx+b$		$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
2.	$f(x)=\frac{k}{x}$		$x \neq 0$	$y \neq 0$
3.	$f(x)=x^2$		$\mathbb{R}$	$[0; +\infty)$
4.	$f(x)=\sqrt{x}$			
5.	$f(x)=x^3$			
6.	$f(x)= x $			

На третьому етапі учні мають самостійно за допомогою підручника заповнити пусті клітинки для запропонованих функцій. Для цього їм потрібно за підручником знайти відповіді на такі питання: графік функції, область визначення, область значень.

Ми поділяємо думку методистів про те, що текст підручника, що пропонується для читання після пояснення вчителя, і той текст, що пропонується учням для самостійного опрацювання, повинні відрізнятися. В першому випадку текст повинен бути компактним, лаконічним, підсумовуючим вже повідомлену інформацію; в другому випадку текст має бути достатньо великим за обсягом, містити приклади, додаткові пояснення. Тому доцільно було б у підручниках спеціально виділяти розділи, які учень повинен прочитати і розібрати самостійно. На жаль, сучасні підручники не враховують такої специфіки.

Висновки. Слід пам'ятати, що самостійне опрацювання математичного тексту – це складне завдання. Математичний текст дуже інформативний, посилення не завжди зрозумілі, інколи здаються зайвими, залишаються поза увагою. Разом з тим, робота на уроці математики з підручником дозволяє тримати увагу учнів, сприяє розвитку вміння зосереджуватися, виділяти головне. В ході обговорення змісту опрацьованого тексту в учнів розвивається логічне мислення, мова. Досвід роботи з учнями ПТУ дозволяє зробити висновок про необхідність формування в учнів умінь опрацьовувати математичний текст.

Література

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики. 3-тє вид., допов. і переробл. / Бевз Г.П. – К.: Вища шк., 1989. – 368 с.
2. Демидова С.И., Денищева Л.О. Самостоятельная работа учащихся при обучении математики (формирование самостоятельной работы): Сб. статей / Сост. С.И. Демидова, Л.О. Денищева. – М.: Просвещение, 1985. – 191 с.
3. Зайченко І.В. Педагогіка http://pidruchniki.ws/19810606/pedagogika/metodi_organizatsiyi_zdiysnennya_navchalno-piznavalnoyi_diyalnosti#219
4. Пидкасистый П.И. Самостоятельная деятельность учащихся / П.И. Пидкасистый – М.: «Педагогика», 1972. – 184 с.
5. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. – 2-ге вид., допов. і переробл. / Слєпкань З.І. – К.: Вища шк., 2006. – 582 с.
6. Шкіль М.І. Алгебра і початки аналізу: Навч. посібник для учнів проф.-техн. навчальних закладів / Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубинчук О.С. – К.: Техніка, 2000. – 544 с.

Анотація. Розуменко А.О., Лунгор І.В. Самостійна робота учнів професійно-технічних училищ у процесі навчання математики. У статті зроблено аналіз різних трактувань поняття «самостійна робота»; виділено специфіку організації самостійної роботи учнів професійно-технічних училищ у процесі навчання математик. Автори розкривають зміст самостійної роботи

учнів по опрацюванню математичного тексту, визначають рівні сформованості відповідного вміння та пропонують фрагмент уроку, спрямованого на формування відповідного вміння в учнів ПТУ.

Ключові слова: навчально-пізнавальна діяльність, самостійна робота, види самостійної роботи, організація самостійної роботи, робота з підручником, математичний текст, учні професійно-технічних училищ.

Аннотация. Розуменко А.О., Лунгор І.В. Самостоятельные работы учащихся профессионально – технических училищ в процессе обучения математике. В статье сделан анализ различных трактовок понятия «самостоятельная работа»; выделено специфику организации самостоятельной работы учащихся профессионально-технических училищ в процессе обучения математик. Авторы раскрывают содержание самостоятельной работы учащихся по обработке математического текста, определяют уровни сформированности соответствующего умения и предлагают фрагмент урока, направленного на формирование соответствующего умения у учащихся ПТУ.

Ключевые слова: учебно-познавательная деятельность, самостоятельная работа, виды самостоятельной работы, организация самостоятельной работы, работа с учебником, математический текст, учащиеся профессионально-технических училищ.

Summary. Rozumenko A.O., Lungor I.V. Independent work of students of vocational schools in learning mathematics. The article presents an analysis of the different interpretations of the term "independent work" allocated specific organization of independent work of students of vocational schools in learning mathematics. The authors reveal the content of independent work by students working on mathematical text, determine appropriate levels of development and ability to offer a piece of the lesson, aimed at fostering appropriate skills in vocational-technical schools.

Key words: educational and cognitive activities, independent work, the types of independent work, independent work organization, working with the textbook, mathematics text, students of vocational schools.

УДК 371.315.6:51

Л.С. Синько

Сумський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти ОІППО

ФОРМУВАННЯ ПРОСТОРОВОЇ УЯВИ СТАРШОКЛАСНИКІВ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ

Постановка проблеми у загальному вигляді. Формування просторової уяви учнів основної школи є однією з найбільш важливих і складних психолого-педагогічних проблем, вирішення якої тісно пов'язане з подальшим удосконаленням усього навчально-виховного процесу. Згідно з Законом України «Про освіту» загальна середня освіта повинна дати випускникам базові знання, практичні навички та уміння, потрібні для роботи в умовах сучасного виробництва, а також для здобуття повної загальної середньої освіти в старшій школі та продовження неперервної освіти. Навчити учнів розв'язувати математичні задачі, зокрема геометричні, завжди було і залишається одним із найважливіших завдань навчання математики. Аналізуючи результати випускних екзаменів з математики та результати ЗНО, ми кожного разу переконуємося в тому, що більшість випускників середніх шкіл знає лише окремі означення, теореми, правила, але при цьому не знає загальних методів чи способів розв'язання задач, не володіє необхідними прийомами міркувань. Констатуючи недоліки у математичній підготовці випускників, слід наголосити на занадто слабких знаннях з геометрії. Значна частина випускників навіть не робить спроб розв'язати геометричну задачу і це стає тривожною традицією. Однією з причин цього, на думку педагогів-практиків [4, с.23], є те, що в шкільній геометрії в силу ряду причин мало уваги приділяється навчання учнів робити аналіз задач; виконувати побудови рисунка, складати алгоритм розв'язування задач. Будь-який алгоритм завжди є конкретним вираженням послідовності дій деякого методу розв'язування певного типу задач. Так, значна частина учнів старших класів не розв'язують стереометричну задачу на обчислення тому, що у них не сформована програма виконання стереометричного малюнка поширеного виду фігур.

Типовими помилками учнів є неправильне визначення та побудова кута між прямою і площиною, лінійного кута двогранного кута, висоти похилої призми і неправильної піраміди, відстаней в просторі, зображень різних видів призм (*особливо похилих*) і неправильних пірамід, зрізаних пірамід, тіл обертання, комбінацій просторових фігур. Учителям добре відомо, що учні правильно зображають, висоту правильного тетраедра, проведену до основи, але часто допускають помилки, пов'язані із зображенням висоти, проведеної з вершини основи на бічну грань. Так як шкільною програмою, навчальним планом не передбачено достатньо часу для розв'язування стереометричних задач, то проблема формування просторової уяви старшокласників є актуальною та потребує дослідження.

Аналіз актуальних досліджень. Характерними ознаками вітчизняної освіти залишається епізодичність та відсутність єдиного науково обґрунтованого підходу до формування пізнавальних умінь старшокласників при розв'язуванні стереометричних задач. Наукові праці підтверджують важливість пізнавальних умінь і виділяють як основні аналітичні, проектувальні, конструктивні, комунікативні та організаторські вміння. На думку методистів Л.М. Лоповка, Н.Ф. Четверухіна та ін. конструктивні вміння ототожнюються з уміннями розв'язувати стереометричні задачі [3, с. 159].

Державні і галузеві освітні стандарти математичної освіти, які представлені в законі України «Про освіту» та «Національній доктрині розвитку освіти в Україні» визначають, що «навчання повинне забезпечувати формування ключових компетентностей старшокласників, набуття ними навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності, розвиток їхніх інтелектуальних, творчих, моральних, фізичних, соціальних якостей». На думку Л.В. Занкова, учня не можна примусити засвоїти знання, він повинен мати пізнавальні вміння, щоб виробити знання. Пізнавальні вміння дадуть змогу застосовувати знання, перетворювати, розширювати і доповнювати, знаходячи нові зв'язки та співвідношення, тому необхідним є забезпечення засвоєння школярами основних прийомів розумової діяльності, розвиток їх пізнавальних умінь.

Програмне забезпечення математичної освіти передбачає свідомий та добровільний вибір програми навчання. Реалії шкільного життя показують, що для багатьох учнів, які не продовжують навчання в середній школі, курс стереометрії вивчається в меншому обсязі, тому для них залишаються майже незнайомими властивості просторових фігур, хоча саме вони є необхідними людині в повсякденному житті. Виходячи з цього, виникла необхідність деякого перерозподілу геометричного матеріалу порівняно з діючими програмами. Аналіз стану навчання геометрії показує, що цілий ряд умов, таких як мотивація, наочність, інтерес до предмету, а також формування прийомів розумової діяльності, зокрема узагальнення та систематизації, можуть бути ефективно реалізовані поєднанням традиційної методики навчання з впровадженням в навчальний процес нових інформаційних технологій. Впровадження нових інформаційних технологій у процес навчання математичних дисциплін, зокрема, геометрії, сприяє досягненню педагогічної мети за рахунок використання комп'ютерних засобів: ілюстрації геометричних понять, створення та вивчення інформаційних і математичних моделей явищ і процесів, розвитку геометричної інтуїції. Чимало знаних фахівців геометрії присвятили свої наукові дослідження і праці поліпшенню методики навчання одній з найкрасивіших дисциплін, зокрема І. Кеплер з книгою «Геометрія є прообразом краси світу».

Багато математиків працювали над тим, як покращити процес вивчення геометрії, щоб максимально розвинути просторове мислення учнів. Навчання учнів розв'язуванню стереометричних задач присвячені праці Г.П. Бевза,

А.В. Горохольської, Е.Е. Жумаєва, І.А. Кушніра, М.І.Лисової, Н.М. Ушакова, А. Халікова, В.П. Хмеля. У даний час ведеться серйозна робота по вдосконаленню змісту освіти і шляхів удосконалення навчання з метою максимального їх наближення до сучасного рівня наукових знань і методів дослідження. На межі уподобань між формалізмом і конструктивізмом в геометрії були О.М. Астряб, І.Є.Шиманський, О.П. Сергунова, Л.М. Лоповок, І.Ф. Тесленко та інші. Свідченням цього може бути надзвичайно цікава книга «Методика викладання стереометрії», написана колективом відомих освітян і видана за редакцією О.М. Астряба.

Мета дослідження – обґрунтувати особливості формування просторової уяви старшокласників при розв’язуванні стереометричних задач.

На думку методистів Л.М. Лоповка, Н.Ф.Четверухіна та ін., геометрична задача має багато спільних рис з алгебраїчними. [3, с.184; 6, с. 96]. Але разом з тим, розв’язування геометричної задачі має ряд специфічних особливостей, характерних лише для геометричних задач. В алгебраїчних задачах учні відшукують залежності між відомими та невідомими величинами безпосередньо в самому тексті задачі і тільки тоді застосовувати формули, кількість яких – обмежена. Під час розв’язування геометричної задачі учні повинні добирати функціональну залежність з великого числа теорем, які існують поза текстом умови задачі.

Другою особливістю геометричної задачі є вдало чи не вдало зроблений рисунок, який в стереометричній задачі відіграє надзвичайно важливу роль, конкретизуючи величини, дані в умові задачі, і допомагаючи учням підібрати потрібну для розв’язування конкретної задачі теорему. Відомо, що формування просторових уявлень учнів на уроці відбувається під керівництвом учителя. На першому етапі учням дається орієнтована основа на утворення нових понять і уявлень.

На другому етапі відбувається узагальнення та закріплення утворених понять та уявлень – учні «висловлюють» сформовані просторові уявлення словесно (*усно та письмово*), графічно, у вигляді символів, виготовлення моделей тощо. Такий процес утворення геометричних уявлень сприяє формуванню нових усвідомлених понять, розвитку математичної мови, просторової уяви, логічного та теоретичного мислення.

Як показує досвід, рівень сформованості просторових уявлень, просторового бачення, просторового мислення залежить від своєчасного використання пізнавальних можливостей та вміння забезпечити позитивні емоції, інтерес до вивчення математики; індивідуальних особливостей учня; раніше сформованих просторових уявлень в учнів; наочності та практичних робіт, що використовуються; методичної майстерності вчителя.

Робота з розвитку просторової уяви полягає в безпосередньому розгляді геометричних фігур (*розвиток окоміру, спостережливості, зорової пам’яті*), вільному виконанні побудови і читанні малюнків, у цілеспрямованому

формуванні вмінь розв'язувати задачі подумки. Важливою складовою цих дій є з'ясування взаємного розташування елементів просторової фігури. Систематична робота з розвитку просторової уяви забезпечить якісне сприйняття та оволодіння учнями курсом стереометрії у старших класах.

Однією з причин того, що учні не розуміють та не в захопленні від стереометрії, на думку проф. М. Ф. Четверухіна [5, с.103], є повна відсутність у школі креслення і малювання, незадовільна методика викладання, майже цілковита відсутність задач із геометричним змістом, недостатня увага до геометричних побудов. Поліпшити зацікавленість учня геометрією можна винятково сміливим переорієнтуванням пріоритетів у навчанні з обчислювальних стандартизованих прийомів і способів на конструктивні, розвивально нетипові, які характеризуються суто геометричним тлумаченням і зримим наочним супроводом. Невід'ємним і обов'язковим компонентом діяльності учня у вивченні геометрії є інтенсивне розв'язування задач. Завдяки задачам (більшою мірою) учні усвідомлюють геометричну дійсність, навчаються співвідносити одні елементи фігур із їх іншими елементами, отримують вирішальний поштовх у розумінні й «баченні» міжелементних взаємозалежностей, відпрацьовують, як в реальному житті, навички в пошуку геометричного результату на проєкційному рисунку, тобто – набираються досвіду образно-наочного мислення.

Розглянувши різні підходи до вивчення курсу стереометрії, можна зробити висновок, що учителю необхідно вибирати таку послідовність розгляду програмного матеріалу, яка краще забезпечує доступність для учнів, науковість і логічність при введенні понять та доведенні тверджень, та надає можливість розв'язувати широке коло задач. Тому, наприклад, учитель може розглядати властивості тіл обертання одночасно з вивченням формул площ їх поверхонь та об'ємів, що дозволяє розширити коло вправ і задач, які можуть бути використані вчителем.

Як показує досвід викладання стереометрії, найчастіше труднощі при розв'язуванні стереометричних задач виникають при побудові рисунка до стереометричної задачі, тому доцільним є розгляд методологічних основ зображень просторових фігур в аксонометрії [4, с.33].

У процесі розв'язування стереометричних задач учням часто доводиться виконувати ілюстративний рисунок, пояснювати хід розв'язування, обґрунтовувати певні математичні твердження і висновки, робити посилання на вивчені теореми, аксіоми, означення, записувати відповідь. Головне, щоб у всьому була чіткість, лаконічність, щоб записи достатньо повно відображали математичну підготовку випускника. Геометрична задача дає змогу учням ґрунтовніше опанувати теоретичний курс геометрії і глибше пов'язати теорію з практикою, формує в учнів уміння й усвідомлення функціональних зв'язків між величинами, вміння робити правильні висновки і чітко формулювати їх; отже, геометрична задача розвиває в учнів логічне мислення значно більшою мірою, ніж це допускає тільки теоретичний курс геометрії.

Стереометрична задача має й специфічні особливості, зокрема учні повинні підбирати потрібну їм функціональну залежність з великої кількості теорем, які подаються поза текстом умови задачі. Другою особливістю стереометричної задачі є рисунок, який у геометричній задачі відіграє надзвичайно важливу роль, конкретизує величини, дані в умові задачі, і допомагає учням підібрати потрібну для розв'язування задачі теорему. Кожному вчителеві відомо, яке велике значення під час викладання стереометрії мають рисунки просторових фігур. За допомогою таких рисунків в учнів створюється правильне просторове уявлення про вивчені геометричні форми. Наочний рисунок дає можливість учням правильно розв'язати задачу, зробити певні висновки щодо властивостей тих чи інших просторових об'єктів. У процесі вивчення стереометрії рисунок є одним із засобів засвоєння нового матеріалу, розвитку просторової уяви учнів, і через це дуже важливо навчити їх вільно і свідомо виконувати рисунки геометричних форм, ознайомити їх з ефективними способами виконання таких рисунків. Розв'язуючи стереометричні задачі, учень повинен: правильно усвідомити просторову форму; виконати рисунок; вибрати потрібну теорему або формулу; провести різноманітні арифметичні та алгебраїчні перетворення.

У процесі вивчення шкільного курсу стереометрії просторові об'єкти доводиться зображувати на площині, тобто виконувати рисунки просторових фігур. Проте досі в шкільній практиці немає єдиного загальноприйнятого підходу в трактуванні цього питання. Більш того, багато вчителів приділяють цьому питанню мало уваги, вважаючи його другорядним. Немає єдиної думки і в питанні про те, що слід розуміти під рисунком просторової фігури, придатним з методичного погляду. Немає загальноприйнятих способів побудови цих рисунків. Будуючи зображення геометричних тіл необхідно дотримуватися певних вимог, які б відповідали не тільки строгій математичній теорії, але й задовольняли педагогічну практику. Вимоги, що їх повинні задовольняти рисунки, розроблені М.Ф.Четверухіним [5, с.148]. Застосувавши їх до геометричних тіл, маємо, що зображення повинне бути: правильним, тобто бути однією з можливих проекцій геометричного тіла; наочним, тобто викликати просторове уявлення геометричного тіла; простим для виконання.

Правильність зображення забезпечується використанням методу паралельного проектування. Тоді зображення виконуються досить просто і є наочними. За мірою строгості виконання умови правильності зображення геометричного тіла будемо розділяти побудови зображень геометричного тіла на точні та умовні. Напрямо проектування при зображенні многогранників довільний. При зображенні кулі застосовується ортогональне проектування для того, щоб обрисом кулі було коло, а не еліпс. Будуючи зображення геометричних тіл, слід дотримуватися правил типів ліній: суцільна основна лінія – для видимого контуру геометричного тіла, штрихова – для ліній невидимого контуру, суцільна або штрихова тонка – для допоміжних ліній [2, с.65].

Звичайно, рисунки в курсі стереометрії не можуть бути самоціллю – вони є тільки допоміжними засобами як на уроці, так і в процесі виконання учнями самостійних письмових робіт. Деяка частина стереометричних задач може виконуватись без рисунка. В окремих випадках можна зображати не всю просторову фігуру, а її осьовий переріз або одну з кількох секцій, або лінію перетину фігур. Замість кулі, вписаної в многогранник або описаної навколо нього, можна зображати коло великого круга, а в деяких випадках – тільки центр і окремі точки її поверхні. Якщо, наприклад, в циліндр вписано правильну шестикутну призму і для розв'язування задачі використовується лише частина вписаної фігури, то можна показати лише частину вписаної призми, але пояснити, як цю фігуру вписують з усіма контрольними моментами.

Проводячи індивідуальну роботу з учнями із слаборозвиненою просторовою уявою, доцільно пояснити, що видимі та невидимі на зображенні геометричного тіла лінії можна визначити, уявивши, що паралельно до напрямку проектування ідуть промені світла. При цьому поверхня тіла "ділиться" на дві частини: освітлену та неосвітлену. Видимі елементи зображуються суцільними, невидимі – пунктирними лініями. Виходячи із загальних принципів зображень геометричних тіл можна сформулювати і занести до довідників учнів ряд практичних рекомендацій

яким доцільно слідувати при побудові зображень деяких геометричних тіл. Наприклад, трикутну піраміду краще зображати опуклим чотирикутником, у якому проведені діагоналі, причому одна з них штрихова. При зображенні куба в його основі креслити паралелограм з гострим кутом 45° і відношенням сторін 1:2 тощо.

Як показує досвід, на перших кроках вивчення стереометрії учень намагається в стереометричному рисунку передати правильне планіметричне співвідношення окремих елементів фігури – перпендикулярність прямих, величину кута, тощо. Учителю необхідно приділяти увагу аналізу рисунків, зроблених учнями самостійно (*первинні ескізи краще робити на чернетках та від руки*), особливо тих, які виконані на дошці.

Аналіз рисунків повинен бути вмотивованим та обґрунтованим, обов'язково виправленим, тому під час цієї роботи учні повинні мати перед очима правильний рисунок. Учителю потрібно продумати, якого розміру креслити окремі лінії рисунка та як виділити спеціальними позначеннями чи кольором ці елементи, щоб вони відповідали співвідношенням, які дані в задачі. Щоб забезпечити рельєфність рисунка та кращу наочність учителю необхідно продумати, які частини фігури виділити суцільними лініями, які – пунктиром; які елементи фігури зафарбувати, які – заштрихувати. Позначити на рисунку рівність кутів можна однаковим числом або однаковою дужкою, а рівність відрізків однаковим кольором або однаковою міткою на них. На рисунку можна писати числові дані задачі, але зайві записи можуть ускладнювати розв'язування задачі, особливо тоді, коли вона складна. Дані задачі краще записувати поруч з

рисунком. Щоб учні краще розуміли побудову, треба створювати рисунок перед очима учнів. Поступове доповнення фігури новими елементами значно полегшує сприйняття задачі в цілому. Спочатку креслимо основну фігуру, на якій виділяємо величини, які дані в задачі. Допоміжні лінії будуються на них в міру того, як в ході розв'язування в них виникає потреба.

Важливим етапом розв'язування стереометричних задач на обчислення, що допомагає формувати просторову уяву, на думку [4, с.65], є аналіз задачі. Можна виділити загальні правила для проведення аналізу будь-якої задачі. Звісно, стереометрична задача матиме деякі нюанси в порівнянні з арифметичною чи алгебраїчною задачею. Аналіз арифметичної задачі учнів навчають робити в початковій школі, в основній школі ми звертаємося до аналізу при розв'язуванні текстових задач. Суть аналізу будь-якої задачі полягає в умінні ставити запитання до задачі, давати на їх відповіді та складати план розв'язування задачі. Це можна робити у вигляді діалогу «учитель-клас», «учень-клас», а після набуття певних навиків кожен учень повинен уміти в умі задавати запитання, давати на їх відповіді та складати план розв'язування задачі.

Висновок. Для стереометричних задач найбільш характерні труднощі, пов'язані з правильним усвідомленням учнями просторової форми та використанням рисунка. На жаль, цьому питанню дуже мало відводиться місця у сучасних підручниках зі стереометрії для старших класів. Для розв'язування стереометричної задачі рисунок відіграє роль першорядну. Він повинен допомогти учневі конкретніше усвідомити ті абстрактні фігури, які даються в умові задачі. Рисунок має бути для учня тим знаряддям, яке допомагає ясніше уявити собі взаємне розміщення тих ліній, кутів та площин, які входять до складу задачі і, які учню треба уважно вивчити, щоб бути спроможним розв'язати задачу. Треба пам'ятати, що під час розв'язування задачі рисунок буде виконувати позитивну роль тільки тоді, коли він правильно буде відображати і форму, і співвідношення тих геометричних об'єктів, які входять до складу задачі.

Учитель повинен навчити учнів робити аналіз задачі, тільки тоді можна розраховувати на самостійне розв'язання ними задач. Учні самі повинні прийти до висновку, що необхідно зробити деякі побудови.

У складних рисунках краще поступово робити побудови допоміжних ліній, робити поруч допоміжні рисунки. Усунути труднощі при побудові рисунка можна, розвинувши в учнів просторове уявлення з допомогою використання моделей. У вступній частині стереометрії моделі краще продемонструвати раніше, ніж учні почнуть виконувати сам рисунок. Тільки після того, як учні засвоять правила побудови основних геометричних тіл, можна дозволяти розв'язування задач за допомогою ескізів, виносних малюнків, зовсім без малюнків.

Література

1. Гольдберг Я.Е. С чего начинается решение стереометрической задачи: Пособие для учителя./ Я.Е. Гольдберг – К.: Рад.шк., 1990. – 118 с.

2. Изаак Д.Ф. Об изображении пространственных фигур/ Д.Ф. Изаак// Математика в школе. – 1998. – №4. – С.66-81.
3. Лоповок Л.М. Методика отбора упражнений по геометрии и обучения их решению. Методика преподавания геометрии в старших классах средней школы. / Под ред. А.И.Фетисова. Пособие для учителей. – М.: Просвещение. – 1967. – С.157-196.
4. Синько Л. Розв'язування стереометричних задач. Посібник для учителя / Л. Синько. – Суми, 2011. – 190 с.
5. Четверухін М.Ф. Рисунки просторових фігур у курсі геометрії: Посібник для вчителів середньої школи./ М.Ф. Четверухін. – К.: Радянська школа, 1963. – 188 с.
6. Четверухин Н.Ф. Проблема изображения пространственных фигур в условиях педагогического процесса./ Н.Ф.Четверухин – К.: Рад.шк., 1990. – 118 с.

Анотація. Синько Л. Формування просторової уяви старшокласників на уроках геометрії. В статті досліджуються проблеми формування просторової уяви учнів під час розв'язування стереометричних задач на уроках геометрії.

Ключові слова. Просторова уява, зображення, простота, правильність.

Аннотация. Синько Л. Формирование пространственного воображения старшеклассников на уроках геометрии. В статье исследуются проблемы формирования пространственного воображения учащихся при решении стереометрических задач на уроках геометрии.

Ключевые слова. Пространственное воображение, изображения, простота, правильность.

Abstract. Sinko L. Formation of spatial imagination senior pupils geometry. The paper examines the problem of formation of spatial imagination of students while solving stereometric problems on geometry lessons.

Keywords. Spatial imagination, image, simplicity, accuracy.

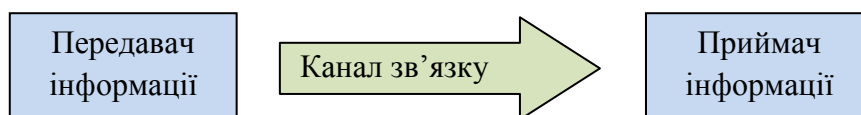
УДК 519.72

М.О. Чугаєва

Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка

КРИПТОСИСТЕМИ З ВІДКРИТИМ ТА ЗАКРИТИМ КЛЮЧЕМ

У будь-якому суспільстві люди передають, зберігають та переробляють інформацію. Повідомлення по радіо, телебаченню, дзвоники на заняття у школі, сигнали світлофора – все це приклади передачі інформації. Записи у щоденниках, бібліотеки, архіви, музеї, книги, платівки, диски – це сховища інформації. Під час обчислень, пошуку потрібної довідки, написанні реферату або статті відбувається переробка інформації. Усі дії з інформацією називають інформаційними процесами, а науку про вимірювання та передачу інформації – теорією інформації. Однією з найважливіших проблем теорії інформації є проблема передачі інформації. Процес передачі інформації можна подати у вигляді схеми (рис. 1).

**Рис. 1. Схема передачі інформації**

Зрозуміло, що найбільше проблем при передачі інформації виникає саме у каналі зв'язку. Це, насамперед, проблеми, пов'язані з надійністю та часом передачі інформації, перетворенням інформації, її цілісністю та захистом.

Повідомлення, надіслані по радіо, телебаченню, через супутник чи комп'ютерні мережі можуть бути спотворені внаслідок різного роду шумів або перехоплені сторонніми особами. Щоб не допустити можливості отримання інформації (або її спотворення) сторонніми особами, повідомлення змінюють так, щоб приховати оригінал. У зв'язку з цим широкого використання набула *криптологія* – наука про створення й аналіз систем безпеки зв'язку. Криптологію умовно можна розділити на дві пов'язані між собою галузі: криптографію та криптоаналіз.

Криптографія вивчає методи забезпечення секретності та ідентичності (достовірності) інформації при її передачі через канал зв'язку чи при зберіганні. До основних понять криптології відносять поняття кода та шифра. Кодом називають правило для заміни одиниць інформації. Шифром (або криптосистемою) – алгоритм засекречування інформації [3].

Повідомлення шифрується для того, щоб стати незрозумілим, а кодується для того, щоб бути зрозумілим навіть після часткового спотворення внаслідок природних перешкод у каналі зв'язку. У типовій ситуації текст повідомлення закодовують (наприклад, у двійкову послідовність), потім шифрують і знову

кодують так, щоб можна було виявити та виправити помилки після отримання. Отриманий текст підлягає декодуванню та дешифровці.

Криптоаналіз – наука про методи розкриття (зламування) або підробки даних. Тобто, криптографія та криптоаналіз спрямовані на розв’язання взаємообернених задач.

Задачі криптології змінювалися упродовж її розвитку. Спочатку вона слугувала лише для забезпечення секретності інформації, що передавалась по військових та дипломатичних каналіх зв’язку.

Історія шифрів сягає часів Геродота (484 – 425рр. до н.е.), коли секретні повідомлення на дерев’яних табличках, покритих воском, попередили спартанців про вторгнення персів на їх територію. У II ст. до н.е. поширення набув квадратний шифр Полібія; пізніше (100 – 44рр. до н.е.). Юлієм Цезарем був винайдений ще один спосіб шифрування, який полягав у зсуві латинського алфавіту на кілька літер. Перші спроби викласти основні ідеї криптології були зроблені у середні віки абатом Тритеміусом (1462-1516 рр), Б. Віженером (1523-1596 рр.) та Дж. Кардано (1501-1576 рр.). У XX ст. поштовхом до розвитку криптології стали праці К.Шеннона.

При шифруванні даних відправник і отримувач інформації повинні узгодити процедуру шифрування та розшифровки. Як правило, вона складається із загального метода та ключа. Ключ забезпечує специфічну інформацію, що разом із загальним методом дозволяє відправнику легко зашифрувати, а отримувачу розшифрувати повідомлення. Отже, щоб зашифрувати повідомлення необхідно застосувати ключ, який може бути відомий як усім (так званий *відкритий ключ*), так і секретний, який відомий лише відправнику та отримувачу (*закритий ключ*). Для обох вказаних методів шифрування існує досить велика кількість різноманітних способів зашифрувати інформацію [4; 3, 23].

Особливістю криптосистем із закритим (секретним) ключем є використання однакового ключа для шифрування та дешифрування, тому іноді дані схеми називають симетричними. У цьому випадку за відсутності ключа кожен, хто перехопив повідомлення, не повинен (навіть маючи у розпорядженні потужні обчислювальні ресурси) за прийнятний час мати змогу дешифрувати повідомлення. Якщо згадати шифр Цезаря, в якому використовується ключ довжиною не більшою, ніж кількість букв у римському алфавіті, то при сучасних технологічних можливостях підібрати значення ключа дуже легко. Тому для даних схем використовуються більш довгі ключі. Якщо стороння людина дізнається про метод шифрування, то для підбору ключа довжиною 128 біт необхідно дуже багато часу, навіть при використанні комп’ютерних методів, бо кількість можливих комбінацій дорівнює $3,4 \cdot 10^{38}$. Тому методи шифрування, які використовують державні служби безпеки відкриті для загалу. Прикладами найвідоміших алгоритмів шифрування з секретним ключем є:

- DES – стандарт шифрування (Data Encryption Standard), що використовується урядом США.

- Skipjack – секретний алгоритм симетричного ключа (був зламаний у 1998 році), який застосовують в обладнанні. Розроблений Агенством державної безпеки США.
- Triple-DES – стандарт DES, який застосовують тричі для підвищення складності зламування.
- RC2, RC4, RC5 та RC6 – комерційні шифри, які створює та ліцензує компанія RSA Security, Inc. Наприклад, компанія Microsoft використовує для власного програмного забезпечення шифр RC4.
- AES – алгоритм AES є новим федеральним стандартом обробки інформації, який застосовують для визначення криптографічного алгоритму в організаціях уряду США для захисту секретної інформації.

Перевагою алгоритмів шифрування за допомогою відкритого ключа є їх швидкість та ефективність. Недоліки – ключ повинен знати отримувач, якщо ж їх декілька, ймовірність розкриття конфіденційності збільшується.

Розглянемо більш детально шифрування з відкритим ключем, тобто криптосистему, в якій ключ відомий, а метод шифрування залишається секретним. Іноді таке шифрування називають асиметричним, адже отримувач та відправник не обов'язково мають користуватися однаковим ключем.

Однією з перших криптосистем з відкритим ключем є криптосистема Р.Рівеста, А.Шаміра і Л.Едлемана, яка стала відомою під назвою RSA. В основі цієї схеми лежить піднесення до степеня по заданому (досить великому) модулю при фіксованій експоненті [3,93].

Розглянемо деяку комунікаційну мережу з великою кількістю абонентів, які бажають налагодити між собою довірливе спілкування. Вважатимемо, що інформація якою вони обмінюються закодована цілими числами ω , $0 \leq \omega < N$. На практиці число N має від 200 до 600 десяткових знаків. Кожен користувач мережі обирає два досить великі прості числа p і q так, щоб їх добуток $n = pq$ був більшим від N . Обидва ці числа необхідно тримати в таємниці, а от число n можна відкрито публікувати в каталогах абонентів мережі. Додатково необхідно опублікувати випадково вибране число e , яке є взаємно простим як з $p-1$, так і з $q-1$ (того самого порядку, що й число n). Таким чином, відкритим ключем буде пара чисел (n, e) .

Якщо ми бажаємо відправити таємне повідомлення ω , то знаючи відкритий ключ, обчислюємо остачу s від ділення ω^e на n і відсилаємо її. Щоб дешифрувати дане повідомлення необхідно скористатись таємним ключем. Ним є довільне число d , для якого $de \equiv 1 \pmod{p-1}$ і $de \equiv 1 \pmod{q-1}$. Таке число d можна легко обчислити, застосовуючи розширений алгоритм Евкліда до пари чисел e і $(p-1, q-1)$. Далі слід знайти остачу від ділення s^d на n , яка й збігатиметься з вихідним повідомленням ω . Справді, $s^d \equiv (\omega^e)^d = \omega^{ed} \pmod{n}$,

тому враховуючи умову $de \equiv 1 \pmod{(p-1)(q-1)}$ та застосовуючи теорему Ейлера, дістанемо $\omega^{ed} \equiv \omega \pmod{n}$ [1].

Складність дешифрування отриманого криптотексту ворогом, навіть якщо в нього є відкритий ключ (n, e) полягає в тому, що без знання множників p і q не існує напевно можливого способу знаходження дешифруючого ключа d , який відповідає за оборотність відображення $\omega \rightarrow \omega^e \pmod{n}$. Крім того, не існує інших методів дешифрування. Проте, останні два твердження залишаються недоведеними. Можна сказати, що задача зламування шифру RSA ймовірно має ту ж складність, що й задача розкладання числа n на множники.

Для прикладу виберемо числа $p = 29$ і $q = 31$. Тоді $n = 29 \cdot 31 = 899$, $\varphi(n) = (p-1)(q-1) = 28 \cdot 30 = 840$. Також виберемо число $e = 17$. Тобто, відкритий ключ матиме вигляд: $(899, 17)$. Знайдемо тепер таке число d , щоб $17d \equiv 1 \pmod{840}$. Цю умову задовольняє $d = 593$, оскільки

$$593 \cdot 17 = 10081 = 12 \cdot 840 + 1.$$

Тоді відкритий текст повідомлення $m = 100$ при шифруванні матиме вигляд: $c = 100^{17} \pmod{899} = 101$. Справді, $101^{593} \pmod{899} = 100$.

Зрозуміло, що знаючи алгоритм шифрування, стороння особа може точно відтворити відкритий текст повідомлення m , тобто вона може так само, як і відправник знайти шифр C та порівняти його з отриманим криптотекстом. Враховуючи можливість вичерпуючого пошуку така загроза є досить небезпечною, якщо кількість можливих текстів порівняно невелика. Якщо додавати до коротких повідомлень випадкові байти, то цю загрозу можна в деякій мірі подолати [2].

Таким чином, кожен з наведених способів шифрування (з відкритим та закритим ключами) мають свої недоліки та переваги. А саме, шифрування з відкритим ключем є більш безпечним, але більш повільнішим у порівнянні з асиметричними системами. Але для аутентифікації, шифрування й відправки ключа для симетричних шифрів RC4 або AES використовують шифрування з відкритим ключем. Отримувач спочатку розшифровує симетричний ключ, який далі використовує для розшифрування корисних даних.

Найпопулярніші зараз стандарти SSL/TLS і IPSec, які застосовують для шифрування даних в Інтернеті, комбінують алгоритми асиметричного та симетричного шифрування з метою використання переваг кожного. Комбінування методів шифрування підвищує загальний рівень безпеки системи передачі інформації. У деяких системах програмне забезпечення обирає симетричний ключ випадково, таким чином розкриття одного ключа сеансу зв'язку не впливає встановлення наступного сеансу.

Література

1. Андрійчук В.І. Вступ до дискретної математики / В.І. Андрійчук, М.Я. Комарницький, Ю.Б. Іщук – Львів: ВЦЛНУ ім. І.Франка. – 2003. – 255 с.

2. Брассар Дж. Современная криптология/ Дж. Брассар. – М.: ПОЛИМЕД, 1999. – 176 с.
3. Галуев Г.А. Математические основы криптологии: Учебно-методическое пособие / Г.А. Галуев. – Таганрог: Изд-во ТРТУ 2003. – 120 с.
4. Коробейников А.Г. Математические основы криптологии. Учебное пособие / А.Г. Коробейников., Ю.А. Гатчин. – СПб: СПб ГУ ИТМО, 2004. – 106 с.
5. Фомичев В.М. Дискретная математика и криптология. Курс лекцій / Под общ. Ред. д-ра физ-мат. н. Н.Д. Подуфалова. – М.: ДИАЛОГ– МИФИ, 2003. – 400 с.

Анотація. Чугаєва М.О. Криптосистеми з відкритим та закритим ключем. У статті висвітлюються питання щодо застосування шифрів для передачі, збереження й обробки даних. Описуються два основні методи шифрування, їх застосування у сучасному світі. Розглядаються недоліки і переваги шифрування з секретним і з відкритим ключами.

Ключові слова: інформація, шифрування, дешифрування, ключ шифрування, криптосистема.

Аннотация. Чугаева М.А. Криптосистемы с открытым и закрытым ключом. В статье освещаются вопросы, касающиеся использования шифров для передачи, сохранения и обработки информации. Описываются два основных метода шифрования, их применение в современном мире. Рассматриваются недостатки и преимущества шифрования с секретным и с открытым ключами.

Ключевые слова: информация, шифрование, дешифрование, ключ шифрования, криптосистема.

Summary. Chugaeva M.O. Cryptosystems with public and private keys. The article highlights the issue of the use of codes for transmission, storage and processing. Two basic encryption methods and their application in the modern world are described. The advantages and disadvantages of secret encryption and public key are considered.

Keywords: information, encryption, decryption, encryption key cryptosystem.

О.О. Шевченко*Сумський державний педагогічний університет ім. А. С. Макаренка***МІЖПРЕДМЕТНІ ЗВ'ЯЗКИ ГЕОМЕТРІЇ ТА ЕЛЕМЕНТІВ СТОХАСТИКИ**

Постановка проблеми. Сучасна концепція шкільної освіти орієнтована в першу чергу на індивідуальність дитини, її інтереси та здібності. Саме тому, коли йде мова не лише про ступінь навченості математичного матеріалу, а й про ступінь сформованості особистості за допомогою математики, слід особливу увагу приділити розвитку в школярів таких важливих якостей, як ймовірнісна інтуїція та статистичне мислення.

Основними цілями навчання елементів стохастики є навчити учнів аналізувати процеси і явища, що мають ймовірнісний характер, та вміти застосовувати отримані знання для оцінювання різноманітних подій навколишнього світу, настання яких найчастіше залежить від багатьох випадкових чинників, детерміноване врахування яких неможливе.

Стохастичні знання необхідні кожному. Адже саме вони допомагають аналізувати статистичні дані, які ми зустрічаємо в повсякденному житті, дають можливість на їх основі отримувати певні висновки і приймати рішення в ситуаціях, з якими ми зустрічаємося кожного дня. Вони сприяють розвитку особистості, вдосконаленню комунікативних навичок, умінню орієнтуватися в суспільних процесах. Життєві стохастичні знання – знання про світ випадкового, про закономірності в ньому або їх відсутності, отримані до навчання стохастики в процесі індивідуальної життєдіяльності. Вони починають складатися ще в ранньому дитинстві під впливом практичних ситуацій, як «зустріч з випадковим» (наприклад, поява нової людини, зміна обстановки, зміна меню тощо). Подальший розвиток життєві стохастичні знання отримують в ході сприйняття мовних зворотів, знайомства з прислів'ями, приказками, народними прикметами як життєвими ймовірнісними законами, отримання інформації з книг, кінофільмів, розповідей дорослих, а також на основі власного досвіду використання цієї інформації.

Сьогодні у зв'язку із збільшенням об'єму інформації, який підлягає засвоєнню, а також з необхідністю підготовки учнів до самоосвіти, важливе значення набуває вивчення ролі міжпредметних зв'язків. Міжпредметні зв'язки в навчанні відображають комплексний підхід до виховання і навчання. Вони формують конкретні знання школярів, розкривають гносеологічні проблеми, без яких неможливе системне засвоєння основ наук.

Міжпредметні зв'язки являють собою відображення в змісті навчальних дисциплін тих діалектичних взаємозв'язків, які об'єктивно діють у природі й пізнаються сучасними науками. Міжпредметні зв'язки – це педагогічна категорія для позначення синтезуючих, інтеграційних відносин між об'єктами, явищами і процесами реальної дійсності, що знайшли своє відображення у змісті, формах і

методах навчально-виховного процесу і виконують освітню, розвиваючу і виховує функції в їх обмеженому єдності.

Яскравий приклад реалізації міжпредметних зв'язків ми можемо побачити в курсі елементів теорії ймовірностей, а саме при розгляді геометричної ймовірності.

Аналіз досліджень і публікацій останніх років. До проблем пропедевтики елементів стохастики зверталися А.В. Ліпінська, М.В. Ткачова, Л.А. Терехова, Е.А. Бунимович, Л.М. Рибалова та ін.

Мета даної статті – проаналізувати важливість міжпредметних зв'язків в шкільному курсі математики на прикладі геометричної ймовірності.

Виклад основного матеріалу. Вперше з геометричною ймовірністю випадкової події учні знайомляться у одинадцятому класі. У підручнику «Алгебра 11 клас, академічний рівень, профільний рівень» за редакцією Є.П. Неліна, О.Є. Долгової сформульовано таке означення геометричної ймовірності: геометричною ймовірністю події A називають відношення площі фігури, сприятливої для події A , до площі всієї заданої фігури $P(A) = \frac{S(A)}{S(B)}$ [3].

Геометрична ймовірність вивчається в одинадцятому класі і до того ж лише у класах з академічним, профільним рівнем та поглибленим вивченням математики. Для даної теми у класах з академічним та профільним рівнем не виділено окремого уроку. Вона вивчається на уроці «Частота та ймовірність випадкової події». На нашу думку цього недостатньо. Саме тому ми пропонуємо ввести гурткові заняття, на яких можна більш детально зупинися на питаннях геометричної ймовірності. На цих заняттях доцільно розглянути такі задачі, як задача про зустріч та задача Бюффона (задача про голку).

ЗАДАЧА ПРО ЗУСТРІЧ [2].

У навчальній літературі дуже популярна задача про зустріч. Перші відомості про дану задачу зустрічаються в книзі Уайтворт «Вибір і шанс» (1886). Пізніше задача про зустріч опубліковувалася в інших джерелах у якості ілюстративного прикладу, а також знаходила застосування у задачах організації виробництва.

Двоє людей домовились зустрітися між першою та другою годинами на таких умовах: той, хто прийде першим, чекає на другого не більше, ніж 20 хвилин. Знайти ймовірність їх зустрічі – події A .

Розв'язання. Позначимо через x час прибуття першого із учасників зустрічі, а через y – другого. Крім того, будемо вважати початковий термін – першу годину, починаючи з якого можлива зустріч, за початок відліку. Тоді $B = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 60; 0 \leq y \leq 60\}$,

бо зустріч може відбутися протягом однієї години, що дорівнює 60 хвилинам. Зустріч відбудеться, якщо час між прибуттям першого та другого учасника не перевищує 20 хвилин, тобто $A = \{(x, y) : |x - y| \leq 20\}$.

Отже, маємо справу із множинами на площині. В якості міри обирають площу S (див. рис.1.1).

$$P(A) = \frac{s(A)}{S(B)} = \frac{60^2 - 40^2}{60^2} = \frac{5}{9}$$

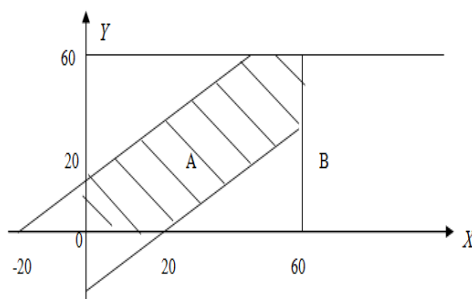


Рис. 1.1

ЗАДАЧА Ж. БЮФФОНА (1707-1788)

Уже в першій половині XVII століття стало зрозумілим, що класичне означення поняття ймовірності має обмежену область застосування і виникають ситуації, коли воно не діє. Першим, хто зробив крок у напрямку розвитку геометричної ймовірності, був Х. Гюйгенс в 1692 році. Однак в перекладі, здійсненому Д.А. Арбутнотом, задачі на геометричну ймовірність були винесені в додаток як такі, що мають «важкий характер». Принцип задач полягав у тому, що вводиться міра множини сприятливих події випадків і береться її відношення до міри множини всіх можливих випадків.

Згодом цією темою займався Ж. Бюффон, який двічі опублікував роботи, що присвячені геометричній ймовірності (1733 і 1777), в яких головною ідеєю вченого було «показати, що геометрія може бути використана як аналітичний інструмент в області теорії ймовірностей», у той час, як геометрія здавалась малопотрібною для таких цілей. Ж. Бюффон сформулював відому задачу «кидання голки».

Нехай площину розділено паралельними лініями, відстань між якими дорівнює L . На цю площину навмання кидають голку, довжина якої $l \leq L$. Знайти ймовірність того, що голка перетне одну із паралельних ліній.

Розв'язання. Нема сенсу розглядати всю площину, бо насправді має значення положення голки тільки відносно двох паралельних прямих. Визначимо положення голки відносно цих паралельних ліній двома параметрами (див.рис.1.2): відстанню x від середини M голки M_1M_2 до найближчої із ліній та кутом φ між голкою M_1M_2 і лінією. Множина точок (x, φ) із усіма можливими значеннями координат визначить множину G , тобто

$$B = \{(x, \varphi) : 0 \leq x \leq \frac{1}{2}; 0 \leq \varphi \leq \pi\}$$

$$\text{Очевидно, що } A = \{(x, \varphi) : 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \cdot \sin(\varphi); 0 \leq \varphi \leq \pi\}$$

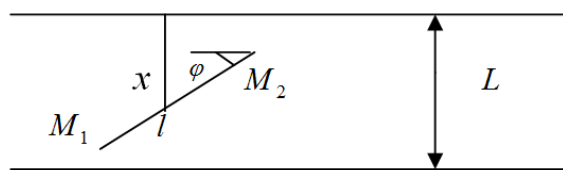


Рис. 1.2

Множини G та g належать двовимірному простору. В якості міри розглянемо площу S .

$$S(B) = \pi \cdot \frac{L}{2}; \quad S(A) = \frac{l}{2} \int_0^{\pi} \sin \varphi d\varphi = -\frac{l}{2} \cos \varphi \Big|_0^{\pi} = l$$

$$P(A) = \frac{2l}{\pi L}$$

Зауваження: задачу Бюффона можна використовувати для практичного знаходження значення числа π . Нехай голку кидають n разів, при цьому m разів голка перетне пряму.

$$\mathcal{P}(A) = \frac{m}{n} \approx P(A)$$

$$\frac{m}{n} \approx \frac{2l}{L\pi}$$

$$\pi \approx \frac{2l \cdot n}{m \cdot L}$$

Нехай $l = 60$ см, $L = 80$ см, $m = 1330$, $n = 2800$

$$\pi \approx \frac{2 \cdot 60 \cdot 2800}{80 \cdot 1330} \approx 3,15$$

Отриманий результат є тільки наближенням реального значення π , із збільшенням n точність результату буде зростати.

Висновки.

1. Навчання учнів стохастики є необхідною умовою розвитку критичного мислення учнів.

2. Реалізація міжпредметних зв'язків дозволяє підвищити якість засвоєння учнями навчального матеріалу.

3. У процесі навчання учнів теми «Геометрична ймовірність» не тільки розширюється поняття ймовірності, але й поглиблюється засвоєння учнями геометричного матеріалу (площа фігур, геометричне місце точок із заданими властивостями, одиниці вимірювання площ).

Література

1. Бевз В.Г. Практикум з історії математики: Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних факультетів педагогічних університетів / В.Г. Бевз. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2004. – 312 с.
2. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей: Учебник. Изд. 8-е, испр. и доп. / Б.В. Гнеденко. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 448 с.

3. Нелін Є. П. Алгебра. 11 клас: підруч. для загальноосвіт. навч. закладів: академ. рівень, проф. рівень / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова. – Х.: , 2011. – 448 с.
4. Рибалова Л.М. Основи теорії ймовірностей. 6 клас. Частина I. / Л.М. Рибалова. – Суми: ВАТ «Сумська обласна друкарня» Вид-во «Козацький вал». – 2002. – 52 с.
5. Рибалова Л.М. Основи теорії ймовірностей. 6 клас. Частина II. / Л.М. Рибалова. – Суми: ВАТ «Сумська обласна друкарня» Вид-во «Козацький вал». – 2003. – 60 с.
6. Колесник С.Г. Про міжпредметні зв'язки в курсах алгебри та геометрії // 36. наук, праць. Педагогічні науки. / С.Г. Колесник. – Херсон, 2002. – Вип. 27. – С. 39-43.

Анотація. У статті розкрито актуальність вивчення стохастичної лінії в шкільному курсі математики, важливість міжпредметних зв'язків під час навчання, сутність поняття «геометрична ймовірність», розглянуто та проаналізовано основні задачі з даної теми.

Ключові слова: міжпредметні зв'язки, геометрична ймовірність, задача про зустріч, задача Бюффона, число π .

Аннотация. В статье раскрыты актуальность изучения стохастической линии в школьном курсе математики, значение межпредметных связей во время обучения, сущность понятия «геометрическая вероятность», рассмотрены и проанализированы основные задачи по данной теме.

Ключевые слова: межпредметные связи, геометрическая вероятность, задача о встрече, задача Бюффона, число π .

Annotation. The article explores the relevance of studying stochastic line in school mathematics courses, the importance of interdisciplinary connections during learning, the essence of the concept of "geometric probability", reviewed and analyzed the main problem with the topic.

Keywords: interdisciplinary communication, geometric probability, the task of meeting the problem of Buffon, the number π .

УДК 371.3:51

А.Ю. Ярова

*Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка***ЗАДАЧІ НА ГЕОМЕТРИЧНІ НЕРІВНОСТІ В ПОЗАКЛАСНІЙ РОБОТІ**

Постановка проблеми. Завдання з геометричними нерівностями викликають у широкого кола учнів досить значні проблеми і труднощі через їх нестандартність та поверховість їх розгляду в середній школі.

Аналіз актуальних досліджень. Проблемі навчання учнів розв'язуванню та доведенню нерівностей присвячені дослідження Г.П. Бевза, Е.Г. Готмана, Є.Ф. Савич, В.В. Прасолова, А.І. Фетісова, І.Ф. Шаригіна та інших.

Мета статті. Запропонувати задачі на доведення нерівностей, які доцільно розглядати як на уроках геометрії при вивченні відповідних тем для глибокого засвоєння і закріплення матеріалу так і в позакласній роботі.

Виклад основного матеріалу.

Теорія нерівностей відіграє в математиці велику роль, а деякі її сучасні галузі, зокрема лінійне та нелінійне програмування, теорія ігор, дослідження операцій, тощо, повністю ґрунтуються на цій теорії.

Розглянемо нерівності, доведення яких пов'язане з геометричними міркуваннями і які на цій підставі називаються геометричними.

Навчання учнів доведенню геометричних нерівностей вимагає від вчителя математики проведення кропіткої попередньої підготовчої роботи, спрямованої на систематизацію методів доведення числових нерівностей на основі виділення типових завдань, що дозволяє учням набути практичних навичок і сформувати певні стереотипи та алгоритми розв'язування подібних задач.

Проілюструємо на прикладах способи розв'язування вказаних вправ. Вважаємо за необхідне ознайомити з такими прийомами розв'язування задач:

- безпосереднього застосування відомих теорем про нерівності;
- введення параметра;
- введення допоміжної фігури;
- оцінка площі через добуток довжин відрізків;
- використання площі в оцінках відстаней;
- принцип Діріхле;
- екстремальна властивість центру ваги;
- метод диференціального та інтегрального числення.

Задача 1. Довести, що кожна медіана тетраедра менша середнього арифметичного трьох його ребер, які виходять із тієї ж вершини, що і медіана.

Розв'язання. Нагадаємо, що медіана тетраедра є відрізок SM , що з'єднує вершину S з центром M протилежної грані. Значить, на нашому малюнку AD - медіана грані ABC , SD - медіана грані SCB . Відкладемо на продовженні SD

відрізок $DK=SD$. В трикутнику SAK точка M є центроїдом, тому SM перетне AK в точці N такій, що $AN=NK$.

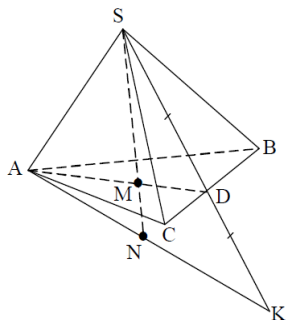


Рис. 1.

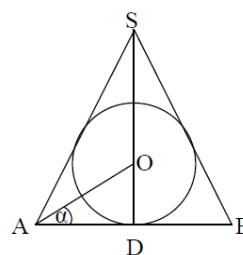


Рис. 2.

Тепер маємо $SN < \frac{AS+SK}{2}$, $SK = 2SD < 2 \frac{SB+SC}{2} = SB+SC$,
 $SN < \frac{SA+SB+SC}{2}$, а оскільки $SM = \frac{2}{3}SN$, то отримуємо $SM < \frac{SA+AB+SC}{3}$.

З метою реалізації принципу аналогії (планіметричний аналог використовується при розв'язуванні стереометричної задачі) дану задачу доцільно розв'язати в класі у парі з такою: довести, що кожна медіана трикутника менша середнього арифметичного двох його сторін, які виходять з тієї ж вершини, що і медіана.

Такий паралельний розгляд пари аналогічних фактів бажаний при розв'язуванні багатьох стереометричних задач на доведення нерівностей. У методичному плані задача 1 демонструє спосіб розв'язування задачі на доведення, що полягає в прямому використанні відомої нерівності (чи відомої геометричної теореми про нерівність).

Задача 2. Довести, що якщо навколо сфери радіусу r описаний конус об'єму V , то має місце нерівність $V \geq \frac{8\pi^3}{3}$ (1).

Розв'язання. Використається така схема міркувань, що часто застосовується при доведенні геометричних нерівностей. Вводиться деякий допоміжний параметр, потім відшукується точне значення об'єму V . Необхідне співвідношення виникає тепер в результаті оцінки V за введеним параметром.

В даному випадку таким параметром є кут α (рис. 2).

$$\text{Маємо: } V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} H.$$

Із прямокутного трикутника маємо ADO ($\angle D = 90^\circ$, $\angle OAD = \alpha$, $OD = r$),
 $AD = r \operatorname{ctg} \alpha$.

Із прямокутного трикутника ADS ($\angle D = 90^\circ$, $\angle SAD = 2\alpha$) маємо
 $SD = AD \operatorname{tg} 2\alpha = r \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} 2\alpha$.

$$V = \frac{1}{3} AD^2 SD = \frac{1}{3} \pi r^3 \operatorname{ctg}^3 \alpha \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\pi^3}{3} \frac{1}{\operatorname{tg}^3 \alpha} \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2\pi^3}{3} \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)}.$$

Для оцінки отриманого співвідношення знизу врахуємо, що

$$\operatorname{tg}^2 \alpha (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha) \leq \left[\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha + (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)}{2} \right] = \frac{1}{4}.$$

Тому $V \geq \frac{\pi r^3}{3}$.

Задача розв'язана. Рівність отримується у випадку $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha = \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}}$.

З методичних міркувань варто наголосити: якщо позначити об'єм кулі V_1 , то $V_1 = \frac{4}{3} \pi r^3$, тому нерівність (1) запишеться так: $V > 2 V_1$ (2).

Це дозволяє дати нове формулювання задачі: довести, що об'єм конуса не менше подвоєного об'єму вписаної в нього кулі.

Виходячи з нерівностей (1) і (2), можна поставити перед класом також декілька цікавих екстремальних задач, наприклад:

а) довести, що найбільший з радіусів куль, які можна вписати в конус заданого об'єму V_1 дорівнює: $\sqrt[3]{\frac{3V}{2\pi}}$.

б) довести, що найменший об'єм конуса, який можна описати навколо даної кулі, дорівнює подвоєному об'єму цієї кулі [5, 123].

Задача 3. Довести, що об'єм правильної піраміди менше куба її бічного ребра.

Розв'язання. На прикладі даної задачі демонструється прийом доведення геометричних нерівностей, що називається способом введення допоміжної фігури.

Опишемо навколо даної піраміди конус. Оскільки об'єм конуса більше об'єму піраміди, то якщо ми доведемо, що об'єм конуса менше куба твірної, задача буде тим більше розв'язана у вихідному формулюванні (оскільки твірна конуса дорівнює бічному ребру піраміди).

Для конуса знаходимо (рис. 3):

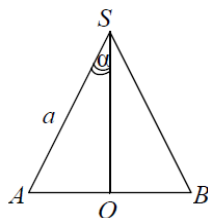


Рис. 3.

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \pi OA^2 SO = \frac{1}{3} \pi (\arcsin \alpha)^2 a \cos \alpha = \frac{1}{3} \pi a^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha = \frac{1}{3} a^3 \sin \alpha (\sin \alpha \cos \alpha) \leq \\ &\leq \frac{1}{3} \pi a^3 \sin \alpha \left(\frac{\sin 2\alpha + \cos^2 \alpha}{2} \right) = \frac{1}{3} \pi a^3 \sin \alpha < \frac{\pi}{6} a^3 < a^3. \end{aligned}$$

При підготовці учнів до розв'язування задач на екстремум доцільно попередньо розглянути задачу на знаходження довжин сторін прямокутника із заданим периметром максимальної площі або на знаходження мінімального периметра прямокутника з заданою площею. Це дозволить проілюструвати учням: різні способи розв'язування (використання властивостей квадратичної функції; використання похідної; використання нерівності Коші та її наслідків); показати можливість узагальнення та конкретизації задач; проілюструвати цілісність математики.

Задача 4. Який найбільший об'єм може мати прямокутний паралелепіпед, діагональ якого рівна a ?

Розв'язання. Для відповіді на питання введемо нерівність, що пов'язує об'єм паралелепіпеда з довжиною його діагоналі. Хай x , y , z виміри паралелепіпеда, тоді $a^2 = x^2 + y^2 + z^2 \geq \sqrt[3]{x^2 y^2 z^2} = 3\sqrt[3]{V^2}$.

Таким чином, $V \leq \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^3$, причому рівність справедлива лише у випадку

$x = y = z$. Значить, найбільший об'єм має куб з ребром $x = \frac{a}{\sqrt{3}}$ [6,261].

У методичному плані задача 4 демонструє спосіб розв'язування задачі на доведення, що полягає у зведенні до відомої алгебраїчної нерівності.

Цей прийом може бути використаний при розв'язуванні багатьох геометричних задач на відшукування екстремальних значень.

Оцінка площі через добуток довжин відрізків

Добре відомо, що площа трикутника не перевищує половини добутку його двох сторін, площа опуклого чотирикутника не більша за половину добутку його діагоналей.

Задача 5. Нехай a , b , c , d – довжини послідовних сторін опуклого чотирикутника. Довести, що його площа не перевищує $(ac + bd)/2$.

Розв'язання. Проведемо діагональ чотирикутника, по один бік від якої будуть сторони довжини a і b , по інший – c і d . Утворений трикутник зі сторонами довжини a і b відобразимо симетрично відносно серединного перпендикуляра проведеної діагоналі. Отримаємо чотирикутник тієї ж площі з довжинами послідовних сторін a , c , d , b . Друга діагональ чотирикутника розділяє трикутні частини, площа однієї з яких не перевищує $ac/2$, а другої – $bd/2$.

Використання площі в оцінках відстаней

Задача 6. Довести, що в колі радіуса 10 не можна відмітити 450 точок так, щоб відстань між будь-якими двома з них була більшою за 1.

Розв'язання. Припустимо, що такі 450 точок відмітити можна. Проведемо кола радіуса $1/2$ з центрами у всіх відмічених точках. Оскільки відстані між відміченими точками більші за 1, кола перетинатися не будуть. Всі 450 проведених "маленьких" кіл будуть міститися у "великому" колі з радіусом $21/2$ та центром, що співпадає з центром даного в умові кола. Тому сума площ

"маленьких" кіл не повинна перевищувати площі "великого". Але нерівність

$$450\left(\frac{1}{2}\right)^2 \pi \leq \left(\frac{21}{2}\right)^2 \pi \text{ не виконується. Отримано суперечність.}$$

Принцип Діріхле

Якщо в об'єднанні n фігур відмічено $n + 1$ точку, то знайдеться фігура, в якій відмічено не менше 2 точок. При використанні цієї простої ідеї головною складністю розв'язання може бути пошук вдалого вибору цих фігур.

Задача 7. В прямокутнику 3×4 дано 6 точок. Довести, що серед них знайдуться дві, відстань між якими не перевищує $\sqrt{5}$.

Розв'язання. Припустимо, що даний прямокутник розташовано на координатній площині, і його вершини мають координати $(0; 0)$, $(4; 0)$, $(4; 3)$, $(0; 3)$. Відмітимо точки $(0; 1)$, $(1; 2)$, $(1; 3)$, $(2; 0)$, $(2; 1)$, $(3; 2)$, $(3; 3)$, $(4; 1)$ і проведемо всі можливі відрізки довжини 1 та між ними. Так ми отримаємо розбиття прямокутника на 5 опуклих багатокутників. Деякі дві з даних точок будуть належати одному багатокутнику, а відстань між будь-якими точками кожного з цих багатокутників не перевищує $\sqrt{5}$.

В попередньому прикладі ми неявно скористалися наступним фактом. Відстань між будь-якими точками опуклого багатокутника не перевищує найбільшої з відстаней між його вершинами. Тому, щоб обґрунтувати, що відстань між будь-якими точками багатокутника не більша за, досить було перебрати відстані між його вершинами [4, 46].

Екстремальна властивість центру ваги

Задача 8. Для точок $A_1, A_2, \dots, A_n$ на площині їх центром ваги будемо називати таку точку M , що $\overrightarrow{MA_1} + \overrightarrow{MA_2} + \dots + \overrightarrow{MA_n} = \vec{0}$. Така M існує і єдина. Адже для довільно обраної точки B ми отримуємо, що

$$\overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BA_2} + \dots + \overrightarrow{BA_n} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA_1} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA_2} + \dots + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA_n} = n\overrightarrow{BM}.$$

Записана рівність однозначно визначає M . Відмітимо, що центром ваги трьох вершин трикутника буде точка перетину медіан цього трикутника.

Вказане математичне поняття узгоджується з фізичним, якщо розмістити в точках $A_1, A_2, \dots, A_n$ маси однакової величини.

Центр ваги має наступну екстремальну властивість. Для будь-якої точки B площини буде

$$MA_1^2 + MA_2^2 + \dots + MA_n^2 \leq BA_1^2 + BA_2^2 + \dots + BA_n^2$$

Обґрунтуємо цю нерівність, використовуючи скалярний добуток векторів.

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n BA_k^2 &= \sum_{k=1}^n (\overrightarrow{BA_k}, \overrightarrow{BA_k}) = \sum_{k=1}^n (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA_k}, \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA_k}) = \\ &= \sum_{k=1}^n \left((\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BM}) + 2(\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{MA_k}) + (\overrightarrow{MA_k}, \overrightarrow{MA_k}) \right) = \\ &= n\overrightarrow{BM}^2 + 2\left(\overrightarrow{BM}, \sum_{k=1}^n \overrightarrow{MA_k}\right) + \sum_{k=1}^n MK_k^2 \geq \sum_{k=1}^n MK_k^2 \end{aligned}$$

В останній нерівності ми використали, що $\sum_{k=1}^n \overrightarrow{MA_k} = \vec{0}$.

Метод диференціального та інтегрального числення

Задача 9. Нехай опуклий многокутник F_1 лежить всередині опуклого многокутника F_2 . Довести, що периметр F_1 не перевищує периметр F_2 .

Розв'язання. Позначимо через $f_1(\alpha)$ та $f_2(\alpha)$ довжини проєкцій на пряму, що проходить під кутом α , многокутників F_1 та F_2 відповідно. Оскільки F_1 лежить всередині F_2 , для всіх α буде $f_1(\alpha) \leq f_2(\alpha)$. Тому

$$\int_0^{\pi} f_1(\alpha) d\alpha \leq \int_0^{\pi} f_2(\alpha) d\alpha \quad (2)$$

Многокутник F_1 опуклий, тому будь-яка його проєкція складається з проєкцій сторін, розташованих в два шари, і тому $f_1(\alpha)$ дорівнює половині суми довжин проєкцій сторін цього многокутника на пряму в напрямку α . Враховуючи (1), отримуємо, що $\int_0^{\pi} f_1(\alpha) d\alpha$ дорівнює периметру F_1 . Аналогічно $\int_0^{\pi} f_2(\alpha) d\alpha$ рівний периметру F_2 . Залишається використати (2). (Заради математичної строгості відмітимо, що $f_1(\alpha)$ та $f_2(\alpha)$ є лінійними комбінаціями косинусів із зсувом аргументу, є неперервними функціями, і тому відповідні інтеграли існують) [4, 120].

1. Многогранники

1. Яку найбільшу бічну (повну) поверхню може мати прямокутний паралелепіпед, діагональ якого дорівнює a ?
2. Довести, що в трикутній призмі проти більшої за площею бічної грані лежить більший двогранний кут і навпаки.
3. Довести, що сума відстаней від точки, розташованої всередині тетраедра, до його вершин більше третини суми ребер тетраедра.
4. Показати, що сума відстаней від довільної точки, взятої всередині тетраедра (або на його грані), до граней тетраедра розміщена між найменшою і найбільшою висотами тетраедра.
5. Сонце на екваторі знаходиться в зеніті. Як треба розташувати сірникову коробку, щоб його тінь на столі закривала найбільшу площу?
6. Довести, що існує трикутна піраміда, п'ять ребер якої дорівнюють даному відріzkу a . У яких межах змінюється її шосте ребро?
7. Довести, що двогранний кут при бічному ребрі правильної чотирикутної піраміди завжди тупий.
8. Показати, що, якщо всі 6 двогранних кутів тетраедра гострі, то і всі 12 його плоских кутів - гострі.
9. Одна із двох трикутних пірамід із спільною основою розміщена в середині іншої. Довести, що сума плоских кутів при вершині внутрішньої піраміди більше, ніж сума плоских кутів при вершині зовнішньої.

10. На поверхні куба знайти всі точки, із яких дану діагональ куба видно під найменшим кутом (кінці діагоналі не розглядати). Чому дорівнює цей кут?[8, 253]

2. Круглі тіла

11. Довести, що кут між будь-якими твірними конуса не більше кута при вершині його осевого перетину.

12. Із всіх плоских перетинів конуса, проведених через його вершину, знайти перетин, що має найбільшу площу.

13. Якщо циліндр і конус мають рівні основи і рівні висоти, то бічна поверхня конуса більше половини бічної поверхні циліндра (довести).

14. Різносторонній трикутник послідовно обертається довкола кожної із сторін. Об'єм якого з отриманих тіл найбільший? найменший?

3. Комбінації тіл

15. Показати, що якщо сфера вписана в зрізаний конус, то поверхня цієї сфери менше бічної поверхні конуса.

16. Довести, що якщо в зрізаний конус можна вписати кулю, то об'єм цієї кулі менше об'єму конуса.

17. Показати, що якщо в сферу вписаний циліндр, то його бічна поверхня не перебільшує половини поверхні сфери.

18. Довести, що радіус кулі, вписаної в зрізаний конус, менше півсуми радіусів основ конуса [7, 256].

Висновки.

Геометричні нерівності є важливою частиною геометрії. Тема "Геометричні нерівності" є "класичною темою", тобто темою, яка давно і міцно увійшла в геометрію. Задачі на доведення геометричних нерівностей трапляються у геометрії досить часто. Їх розв'язання викликає в учнів іноді труднощі, пов'язані зі специфікою. Загальні ідеї, які часто застосовують при розв'язанні, базуються на відомих властивостях алгебраїчних нерівностей.

Розв'язання задач на геометричні нерівності не потребує будь-яких складних математичних знань або складної техніки, але вимагає творчого і логічного мислення. Задачі на геометричні нерівності необхідно включати в шкільну програму, а також обов'язково розглядати на гурткових і олімпіадних заняттях.

Підсумовуючи, пригадаємо слова Д.Пойа: «Що означає володіння математикою? Це вміння розв'язувати задачі, причому не тільки стандартні, але й ті, які вимагають певної незалежності мислення, здорового глузду, оригінальності, винахідливості. Тому перше і головне завдання курсу математики в школі - акцентувати на методичному аспекті процесу розв'язування задач». Геометричні задачі на доведення нерівностей повною мірою дозволяють реалізувати ці слова великого педагога і математика.

Література

1. Геометрія: Підруч. для учнів 10-11 кл. з поглиб. вивч. математики в серед. загальноосвіт. закладах / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, В.М. Владіміров, Н.Г. Владімірова. – К.: Освіта, 2000. – 239 с.
2. Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание / Д. Пойа. – М.: Наука, 1970. – 452 с.
3. Семенов В. О. Доведення нерівностей. Числові послідовності. Скінченні суми і добутки. Х.: Вид. група «Основа», 2009. – 127 с.
4. Сарана О. А. Математичні олімпіади: просте і складне поруч: Навч. Посібн., – К.: Видавництво А. С. К., 2004.
5. Тадєєв В.О. Геометрія. Основи стереометрії. Многогранники: Дворівневий підручник для 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів / За ред. В.І. Михайловського. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2003. – 384 с.
6. Тадєєв В.О. Геометрія. Фігури обертання. Векторно-координатний метод: Дворівневий підручник для 11 класу загальноосвітніх навчальних закладів / За ред. М.І. Ядренка. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2004. – 480 с.
7. Фетисов А.И. Геометрия в задачах: Пособие для учащихся школ и классов с углубл. теоретическим и практическим изучением математики. – М.: Просвещение, 1977. – 192 с.
8. Шарыгин И.Ф., Голубев В.И. Факультативный курс по математике. Решение задач: Учеб. пособие для 11 кл. сред. шк. – М.: Просвещение, 1991. – 384 с.

Анотація. В даній статті розглянуті основні способи доведення геометричних нерівностей. Поданий матеріал, який може бути використаний при вивченні математики як на уроці, так і в позакласній роботі з предмету.

Ключові слова: принцип доведення, геометричні нерівності, геометрична задача.

Аннотация. В данной статье рассмотрены основные способы доказательства геометрических неравенств. Подан материал, который может быть использован при изучении математики как на уроке, так и во внеклассной работе по предмету.

Ключевые слова: принцип доказательства, геометрические неравенства, геометрическая задача.

Annotation. In this article the basic methods of proving to of geometrical inequalities are considered. Material which can be used for the study of mathematic both on a lesson is given and to extracurricular work from an object.

Key words: principle of leading to, geometrical inequalities, geometrical tasks.

НАУКОВІ ТА МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ ФІЗИЧНОЇ ОСВІТИ

О.В. Андрієнко

Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка

ДИФУЗІЙНІ ПРОЦЕСИ В АСИМЕТРИЧНИХ ПЛІВКОВИХ СИСТЕМАХ Co/Cu/Fe

Багатошарові плівкові композиції на основі металів набули досить широкого використання у багатьох галузях науки і техніки. Зокрема такі зразки використовують в атомній та космічній промисловості, медицині, мікроелектроніці та інших галузях.

Використання тонких плівок у техніці стало можливим після освоєння методів їх одержання з попередньо заданими фізичними властивостями. Це відкрило можливість їх широкого використання при виготовленні мікроелектронних приладів і сенсорів, елементів опто-і акустoeлектроніки, спінтроніки, пристроїв для запису інформації та ін. На властивості багатошарових систем великою мірою впливають явища і процеси, які обумовлені взаємною дифузією. Особливо цікаві властивості з погляду фундаментальної фізики та практичного використання мають магнітні мультишари (ММШ), елемент періодичності яких містить феромагнетик. Серед різноманітних ефектів, що спостерігаються в ММШ, які складаються з магнітних та немагнітних шарів, до найбільш яскравих і важливих з точки зору практичного використання, безсумнівно, відноситься ефект гігантського магнітоопору (ГМО) або гігантського магніторезистивного ефекту, що проявляється в різкому зменшенні опору зразків при вміщенні їх в досить слабкому магнітному полі. Цікавість до таких об'єктів викликана як чисто науковим інтересом так і можливістю практичного використання цього явища для збільшення щільності запису інформації на жорсткий диск ПЕОМ.

Вивчення дифузії у твердих тілах визначається головним чином двома причинами. По-перше, знання дифузії істотно для розуміння змін, що відбуваються у твердих тілах при високих температурах. Процеси дифузії багато в чому визначають кінетику процесу окислення, відпалювання і т.д. Для детального дослідження цих процесів необхідні глибокі уявлення про дифузію у твердих тілах. По-друге, вивчення дифузії є цінним джерелом відомостей про рух атомів у твердих тілах.[1]

Плівки Co/Cu/Fe/P (П-підкладка) з товщиною шарів $d_{\text{Co,Fe}} = 10 - 50 \text{ нм}$ та $d_{\text{Cu}} = 2 - 20 \text{ нм}$ були отримані в вакуумній установці ВУП-5М (тиск газів залишкової атмосфери 10^{-4} Па) при кімнатній температурі. Конденсація плівок

здійснювалася на діелектричні пластини ситалу. Для рекристалізації та активації процесів дифузії плівки з підкладками відпалювалися в надвисокому безмасляному вакуумі (10^{-6} - 10^{-7} Па) за температури $T_{\text{відп}} = 700$ К впродовж 15 хвилин. Дослідження дифузійних процесів у тонко плівкових системах проводилося методом ВІМС на приладі МС-7201 М.

Метод ВІМС базується на зондуванні поверхні пучком прискорених іонів інертних газів з енергіями 1-20 кеВ, в результаті якого відбувається проникнення первинного пучка в глибину мішені, пружне або навпаки не пружне розсіювання, сорбція на поверхні і т.д. Одночасно з цим частину атомів зразка мішені, внаслідок отримання енергії, розпилюється у вигляді позитивно і негативно заряджених іонів або в нейтральному стані.[3]

Результати пошарового аналізу, компонентів тришарових систем показали, що невідпалені зразки, з товщиною шарів $d_{\text{Co,Fe}} = 10$ -50 нм та $d_{\text{Cu}} = 2$ -20 нм мають незначну область взаємної дифузії.

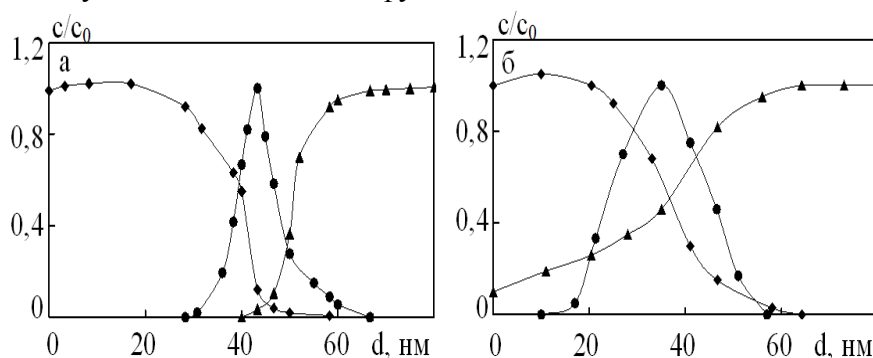


Рис1. Дифузійні профілі для плівок Co(35 нм)/Cu(20 нм)/Fe(35 нм)/П (◆◆◆- Co, ●●●- Cu, ▲▲▲- Fe) в невідпаленому (а) та відпаленому стані за температури 700 К (б).

Згідно діаграми стану, дані плівкові системи характеризуються обмеженою розчинністю компонентів. Тому дана область може бути обумовлена конденсаційно- стимулюваною дифузією та дифузією по межах зерен.

Термообробка зразків з товщиною $d_{\text{Co,Fe}} = 30$ -50 нм та $d_{\text{Cu}} = 10$ -20 нм за $T_{\text{відп}} = 700$ К призводить до незначного подальшого проникнення атомів Co, Fe та Cu в сусідні шари, однак в цілому система залишається тришаровою.

Це можна пояснити незначною подальшою дифузією по межах зерен та відведенням атомів дифузанта з меж зерен в об'єм кристалітів.

Слід відмітити, що однією з особливостей даних систем є здатність до утворення високодисперсних магнітних утворень (гранул) Co в немагнітній матриці Cu. Тому можливо, що в відпалених плівках у немагнітному прошарку реалізується гранульований стан. Але можна говорити, що в даній системі при достатньо товстому немагнітному прошарку ($d_{\text{Cu}} > 10$ нм) значною мірою зберігається індивідуальність шарів після термообробки. Незначний вплив відпалювання на дифузійні процеси автори [2] пояснюють тим, що межі зерен стають дифузійно насиченими на стадії конденсації верхнього шару. Такий

результат якісно узгоджується з даними про дослідження фазового складу, згідно яких плівки, як невідпалені так і відпалені за $T_{\text{відп}} = 700 \text{ K}$, можна вважати тришаровими.

Ще одним доказом суцільності немагнітного прошарку для плівок Co/Cu/Fe/П відпалених за $T_{\text{відп}} = 700 \text{ K}$, є реалізація ефекту гігантського магнітоопору. Хоча, слід відмітити, що для плівок з товщиною шарів $d_{\text{Co,Fe}} = 10 - 20 \text{ nm}$ та $d_{\text{Cu}} < 5 \text{ nm}$ відпалених за $T_{\text{відп}} = 700 \text{ K}$ спостерігається повне дифузійне перемішування.

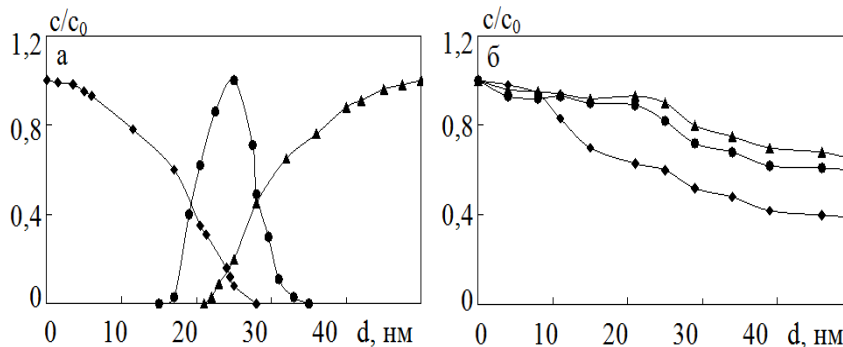


Рис2. Дифузійні профілі для плівок Co(20 nm)/Cu(10 nm)/Fe(20 nm)/П (◆◆◆- Co, ●●●- Cu, ▲▲▲- Fe) в невідпаленому (а) та відпаленому стані за температури 700 К (б).

Ці результати підтверджуються також і електронграфічними дослідженнями.

Для визначення ефективного коефіцієнта дифузії в плівках використане співвідношення Р. Уіппа.[5] Розраховані коефіцієнти дифузії в плівках на основі Co, Fe і Cu мають значення $10^{-18} - 10^{-20} \text{ м}^2/\text{с}$, що набагато більше за значення коефіцієнта об'ємної дифузії в масивних зразках цієї системи ($10^{-41} \text{ м}^2/\text{с}$). Це, найвірогідніше, пов'язане з тим, що в плівкових структурах дифузія протікає в основному по межах зерен, а вони в порівнянні з масивними зразками більш дефектні.[4]

Дослідження рельєфу поверхні невідпалених та відпалених за температур 550 K і 700 K плівок Fe(30 nm)/П та Cu(15 nm)/Fe(30 nm)/П (П-підкладка з відполірованого скла) здійснювалося за допомогою скануючого зондового мікроскопа NanoScope IIIa Dimension 300TM в режимі періодичного контакту. Ці плівки є складовими тришарових плівок Co/Cu/Fe/П, для яких спостерігається явище гігантського магнітоопору.

Як видно з рис.3 (а, б), мідь в значній мірі змінює топографію поверхні плівки Fe (а). Максимальний перепад профілю для невідпалених плівок (б) Cu(15 nm)/Fe(30 nm)/П складає 7 – 20 nm. Після відпалювання в надвисокому безмасляному вакуумі за температури 550 K (с) спостерігаються зерна з розмірами у площині плівки від 35 nm до 200 nm і висотою від 17 nm до 50 nm, відповідно. Відпалювання за температури 700 K (d) призводить до суттєвого згладжування поверхні, але появи мікроотворів у плівці міді.

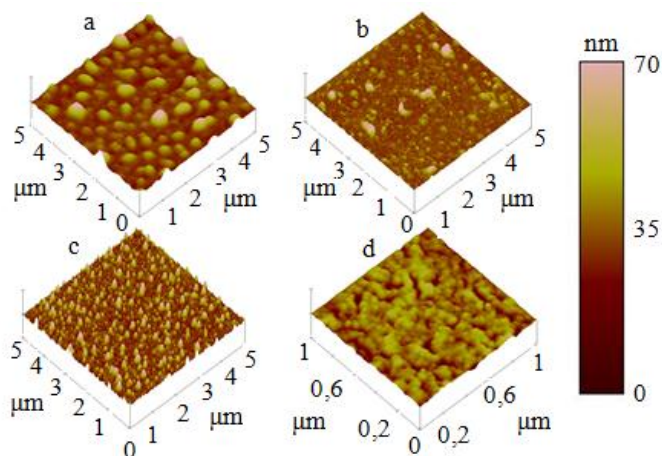


Рис. 3. АФМ-зображення рельєфу поверхонь: а – невідпалена плівка Fe/P, б – невідпалена плівка Cu/Fe/P, с – відпалена (550 К) плівка Cu/Fe/P, d – відпалена (700 К) плівка Cu/Fe/P

Література

1. В.Б. Лобода, Ю.А. Шкурдода, С.Н. Пирогова, Вісник СумДУ 8, 107 (2004).
2. І.М. Пазуха, С.І. Проценко, І.Ю. Проценко та ін., Вісник СумДУ, Серія Фізика, математика, механіка, 9, 7 (2006).
3. О.А. Білоус, Л.В. Дехтярук, І.Ю. Проценко, С.І. Чорноус, Вісник СумДУ. Сер. Фізика, математика, механіка, 4, №3: 67 (2001).
4. Проценко С.І., Чешко І.В., Одноворець Л.В., Пазуха І.М., Структура, дифузійні процеси і магніторезистивні та електрофізичні властивості плівкових матеріалів (Суми: СумДУ: 2008).
5. L.V. Dekhtyaruk, S.I. Protchenko, A.M. Chornous, I.O. Shpetnyi, Ukr. J. Phys., 49, № 6: 587 (2004).

Анотація. У роботі розглядається інтерес до дослідження електрофізичних властивостей багатошарових плівкових систем та методика отримання тришарових плівок Co/Cu/Fe/P та методика дослідження дифузійних процесів методом вторинної іонної мас спектрометрії.

У статті розглянуті експериментальні результати досліджень дифузійних процесів у тришарових плівках Co/Cu/Fe/P.

Ключові слова: плівкові системи, дифузія, дифузійні процеси, плівка, відпалювання.

Аннотация. В работе рассматривается интерес к исследованию электрофизических свойств многослойных пленочных систем и методика получения трехслойных пленок Co / Cu / Fe / P и методика исследования диффузионных процессов методом вторичной ионной масс спектрометрии.

В статье рассмотрены экспериментальные результаты исследований диффузионных процессов в трехслойных пленках Co / Cu / Fe / P.

Ключевые слова: пленочные системы, диффузия, диффузионные процессы, пленка, отжиг.

Summary. In this paper the interest in the electrical properties of multilayer film systems and methods of obtaining layered films Co / Cu / Fe / P and technique to study diffusion processes by secondary ion mass spectrometry.

The article describes the results of experimental studies of diffusion processes in layered films of Co / Cu / Fe / P.

Keywords: film system, diffusion, diffusion processes, film, annealing.

УДК 539. 75

А.І. Баштова*Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка*

МОДЕЛЮВАННЯ ЕВОЛЮЦІЇ МІКРОСТРУКТУРИ КРИСТАЛІЧНИХ СИСТЕМ ПІД ДІЄЮ ОПРОМІНЕННЯ

Розвиток сучасної теорії конденсованого стану вимагає всебічного дослідження процесів упорядкування в системах значно віддалених від рівноваги. Останнім часом велику увагу в області теоретичної фізики конденсованого стану сконцентровано на дослідженні нерівноважних процесів мікроструктурних перетворень, що проходять у матеріалах, підданих опроміненню високоенергетичними частинками (електронами, іонами). Такі системи є об'єктом для вивчення процесів структуроутворення, упорядкування/розупорядкування, фазового розшарування, аморфізації та інш.

Добре відомо, що вплив високоенергетичних частинок та, загалом, опромінення твердих тіл приводить до зміни їх структурно-фазового стану. Причиною зміни фізико-механічних властивостей таких систем виступає процес формування дефектів кристалічної будови та їх просторова організація, що приводить до певних мікроструктурних перетворень [1, 576]. Серед них можна виділити формування скупчень вакансій (ді-, три- та тетра-вакансій)[2, 403-405], окремих пор та їх решіток, утворення преципітатів, стінок дефектів, упорядкування вакансійних петель [3, 149; 4, 653]. Більшість дефектів, утворюваних завдяки зовнішньому впливові, є термодинамічно нестійкими і тому їх однорідний розподіл стає нестійким також, що приводить до їх просторової організації - ефективного зменшення ентропії системи внаслідок самоорганізації, викликані зовнішніми чинниками: температурою, тиском, опроміненням. Процеси структурної організації у конденсованих системах, загалом, є актуальними та цікавими не лише з теоретичної точки зору. Для систем дефектів у твердих тілах ці задачі набирають підвищеної уваги, оскільки знання про поведінку такого статистичного ансамблю дозволяють дослідити та виявити механізми мікроструктурних перетворень в опромінюваних матеріалах. Вони є корисними задля прогнозування поведінки чистих матеріалів та сплавів, що використовуються в атомній енергетиці.

У даній роботі за мету ставиться дослідження процесів формування мікроструктури в конструкційних матеріалах на прикладі нікелю при організації точкових дефектів внаслідок сталої дії опромінення в реакторних умовах.

На основі розвиненої швидкісної теорії, яка враховує процеси взаємодії точкових дефектів проводиться дослідження процесів формування скупчень дефектів вакансійного типу у припущенні про швидкоплинність процесів руху міжвузлів та вихід їх на стоки. В якості досліджуваного матеріалу вибирається нікель, як найбільш розповсюджений конструкційний матеріал, що

використовується в атомній енергетиці. Нами буде показано, що за умови врахування процесів генерації дефектів пружним полем самих дефектів в такій системі можливими стають бімодальні стаціонарні стани, які обмежують область існування стаціонарних дефектних структур. Буде проаналізовано типи структур дефектів та знайдено умови їх реалізації при варіюванні швидкості дефектоутворення та температури опромінення. Розвинута у роботі детерміністична модель буде узагальнена врахування флуктуаційного внеску відповідно до флуктуаційно-дисипаційної теореми. Буде проаналізовано флуктуаційний ефект при формуванні стаціонарних структур дефектів. Для узагальнення отриманих результатів швидкість дефектоутворення варіюватиметься від значень, що відповідають лазерному опроміненню до значень опромінення на прискорювачах.

Відомо, що при енергіях налітаючих частинок, що не перевищують енергію первинновобитого атому, що складає величину порядку 30 еВ, в кристалічній системі формуються ізольовані пари Френкеля. При істотному перевищенні порогової енергії падаючої частинки, в системі формуються каскади атомових зміщень, які приводять до перерозподілу дефектів з утворенням організованої структури їх комплексів в кристалах[5, 85-87].

Ефекти структуризації дефектів також спостерігаються при лазерному опроміненні, дефекти утворюються в структурі, в якій пройшовся фронт хвилі опромінення. Характерно, що в таких процесах густина нерівноважних точкових дефектів може перевищувати рівноважні на декілька порядків.

Оскільки в реальних умовах процеси дефектоутворення та організації їх у просторі структури вакансійних пор та інших комплексів дефектів, відбувається в широкому діапазоні часових та просторових масштабів, то для адекватного опису таких процесів останнім часом використовуються методи Мультимасштабного моделювання (рис.1).

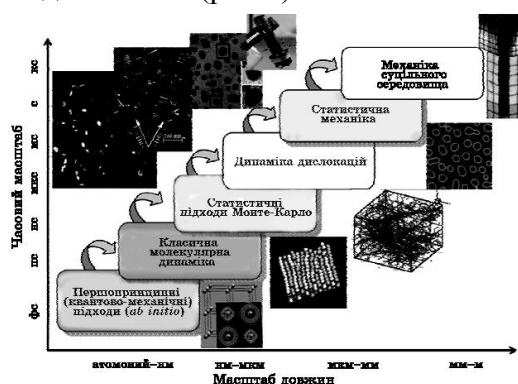


Рис. 1. Загальна схема мультимасштабного моделювання поведінки високотемпературних матеріалів

Вони включають самоузгоджені моделювання поведінки системи на різних ієрархічних рівнях починаючи з квантово-механічного і закінчуючи механікою суцільного середовища. В рамках даного підходу, можна виділити гібридні

методи, які дозволяють поєднати декілька різних рівнів опису або розширити застосування відомих підходів на декілька таких рівнів [6, 295-302]. В поданій роботі використовується теорія швидкісних реакцій, яка спрацьовує на мезоскопічному рівні з урахуванням взаємодії дефектів, яка відбувається у нанометровому діапазоні.

В рамках нашої моделі, розглядаються тверді тіла для яких приймаються до розгляду три типи квазіхімічних реакцій: утворення вакансій та міжвузлових атомів внаслідок проходження каскаду, вихід вакансій та міжвузлів на стоки, якими є границі зерен та поверхня та реакції анігіляції вакансій та міжвузлів [7, 15-18]. В такому разі можна ввести концентрації вакансій та міжвузлів стандартним чином

$$\begin{aligned} 0 \rightarrow V; V \rightarrow 0; I + V \rightarrow 0; c_v \equiv X_v/N \\ 0 \rightarrow I; I \rightarrow 0; I + V \rightarrow 0; c_i \equiv X_i/N \end{aligned} \quad (1)$$

де X_v – кількість відповідних дефектів, N – кількість дефектів в системі. Відповідно можна записати двопараметричну модель динаміки твердих тіл.

$$\begin{aligned} \partial_t c_v = K(1 - \varepsilon_v) - D_v S_v (c_v - c_{0v}) - \alpha c_i c_v - \nabla \cdot J_v^0; \\ \partial_t c_i = K(1 - \varepsilon_i) - D_v S_v c_i - \alpha c_i c_v - \nabla \cdot J_i^0. \end{aligned} \quad (2)$$

Тут перші складові описують процеси генерації дефектів зі швидкостями K та коефіцієнтами колапсу каскаду $\varepsilon_{v,i}$; другі складові описують вихід вакансій та міжвузлів на стоки, що задаються потужностями $c_{v,i}$; треті складові характерні процеси анігіляції з коефіцієнтом $\alpha = 4\pi r_0 (D_i + D_v)/\Omega$, де r_0 – радіус взаємодії дефектів, Ω – атомний об'єм. Оскільки дефекти є рухливими частинками мікроструктури, то еволюційні рівняння концентрацій мають враховувати внесок дифузійного потоків, позначених за допомогою $\nabla \cdot J_v^0$, $\nabla \cdot J_i^0$ відповідно.

Вимірюючи інтенсивність стоків через густини дислокацій та їх петель, систему (2) можна привести до знерозміреного вигляду (3).

$$\begin{aligned} \partial_t x_v = P(1 - \varepsilon_v) - \mu(x_v - x_{0v}) - x_i x_v - \nabla \cdot J_v; \\ \delta \partial_t x_i = \delta P(1 - \varepsilon_i) - (1 + B)\mu x_i - \delta x_i x_v - \delta \nabla \cdot J_v. \end{aligned} \quad (3)$$

Слід зазначити, оскільки коефіцієнт вакансій та міжвузлів істотно різняться, то можна ввести параметр малості δ , що дозволяє виділити швидкі та повільні змінні. Вочевидь швидкою змінною буде концентрація міжвузлів. В такому разі, використовуючи принцип підпорядкування систем із двох рівнянь, можна звести до одного рівняння еволюції концентрації вакансій, яке набирає вигляду (4).

$$\partial_t x = P(1 - \varepsilon_v) - \mu(x - x_0) - \frac{P(1 - \varepsilon_i x)}{\frac{(1+B)\mu}{\delta} + x} + G \exp(-E/T) \quad (4)$$

Тут останній доданок характеризує ефект генерації дефектів пружними полями самих дефектів [8, 28-32]. Відповідно до попередніх досліджень ця складова задається знерозміреною енергією пружного поля ϵ . Як було

встановлено раніше, в рамках наближення самоузгодження, дифузійний потік може бути переписаний у вигляді (5),

$$J(x; T) \equiv -[\nabla x - \varepsilon(T)x \nabla(x + l^2 \nabla^2 x)]; l \equiv \frac{r_0}{L_d}. \quad (5)$$

де просторовий масштаб l подається через радіус взаємодії дефектів та дифузійною довжиною. У такому разі загальна модель еволюції вакансій концентрації x має вигляд (6) і відноситься до класу систем реакційно-дифузійного типу.

$$\partial_t x = R(x; K; T) - \nabla \cdot J \quad (6)$$

Для проведення кількісного аналізу, в якості досліджуваної системи вибрано нікель, параметри якого подані в табл. 1.

Табл. 1 – Основні матеріальні константи для нікеля.

Параметр	Символ	Значення	Розмірність
Енергія формування вакансії	E_v^f	1.8	eV
Енергія міграції вакансій	E_v^m	1.04	eV
Енергія міграції міжвузлів	E_i^m	0.3	eV
Енергія пружної взаємодії	E_0^e	$0.01 \div 0.2$	eV
Коеф. дифузії вакансій	D_v	$6 \cdot 10^{-5} e^{-E_v^m/T}$	м ² /с
Коеф. дифузії міжвузлів	D_i	$10^{-7} e^{-E_i^m/T}$	м ² /с
Рівнов. конц. вакансій	c_{0v}	$e^{-E_v^f/T}$	—
Частота Дебая	ω_D	$1.11 \cdot 10^{13}$	с ⁻¹
Радіус вакансійної петлі	r_0	$1.5 \cdot 10^{-9}$	м
Ефективність колапсу каскаду	$\varepsilon_v, \varepsilon_i$	0.1, 0.01	—
Густина дислокацій	ρ_N	$10^{12} \div 10^{15}$	м ⁻²
Атомний об'єм	Ω	$1.206 \cdot 10^{-29}$	м ³

В наших дослідженнях розглядається інтервали та набори дози від реакторних до прискорювачів. Нами було проаналізовано стаціонарні однорідні стани, з поведінки яких встановлено, що за наявності ефекту пружних полів приводить до появи бістабільних станів. Відповідно до отриманих залежностей, нами торимано фазову діаграму існування бістабільних станів в площині «температура-швидкість набору дози».

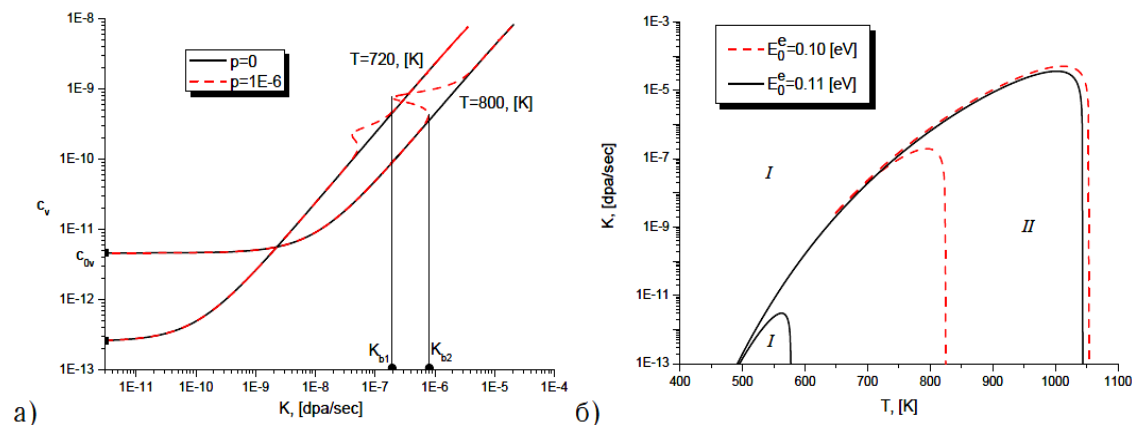


Рис. 2. (а) Стаціонарні залежності концентрації вакансій при різних значеннях температури

та ймовірності. (б) Фазова діаграма існування бімодального режиму при та різних значеннях енергії

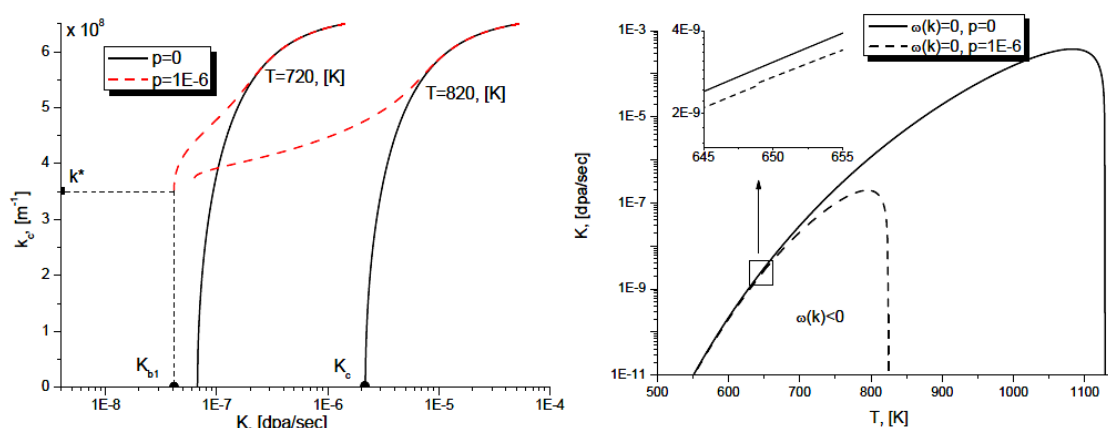


Рис. 3. (а) Залежність критичного хвильового числа від швидкості набору дози при різних значеннях p та T . (б) Діаграма стійкості в лінійному наближенні.

Встановлено, що зростання механічних напружень приводить до істотного розширення області бістабільності II в бік низьких температур. При дослідженні стійкості стаціонарних станів в неоднорідній системі встановлено, що за наявності пружних полів перша нестійка мода, що задає поштовх процесам структуроутворення, характеризується ненульовим хвильовим числом. Із аналізу на стійкість встановлено діаграму просторового упорядкування з якої виявлено, що структуроутворення в системі дефектів можливе лише з області бістабільності при зростанні дози та температури. Отримані результати було узагальнено введенням в розгляд внутрішніх флуктуацій, які відповідно до ФДТ представляють внутрішній шум. В такому разі приходимо до рівняння Ланжевена (8), де ξ внутрішній шум, що розуміється в сенсі Стратуновича.

$$\partial_t x = -\frac{1}{M(x)} \frac{\delta U}{\delta x} + \sqrt{\frac{1}{M(x)}} \xi(r, t). \quad (8)$$

При аналізі найбільш ймовірних значень, нами біло встановлено, що стохастичне генерування дефектів здатне не лише перевищити рівноважні концентрації на декілька порядків. Але і істотно розширити область бістабільності. При моделюванні було показано, що залежні від температури та швидкості набору дози, тип структури дефектів може істотно змінюватися. Тут можливими стають скупчення вакансій, утв надграток вакансійних пор та формування протяжних дефектів у вигляді дислокацій, надграток пор та стінок дефектів.

При статистичному аналізі нами досліджено динаміку процесів структуроутворення при спостережанні за статистичними середніми, які задають густину, дисперсію, асиметрію та ексцес. При дослідженні кореляційної функції та проведеного фур'є-аналізу, встановлено, що як швидкість набору дози так і

температура приводять до зменшення періоду утворюваної структури, що наведено на рисунку (4).

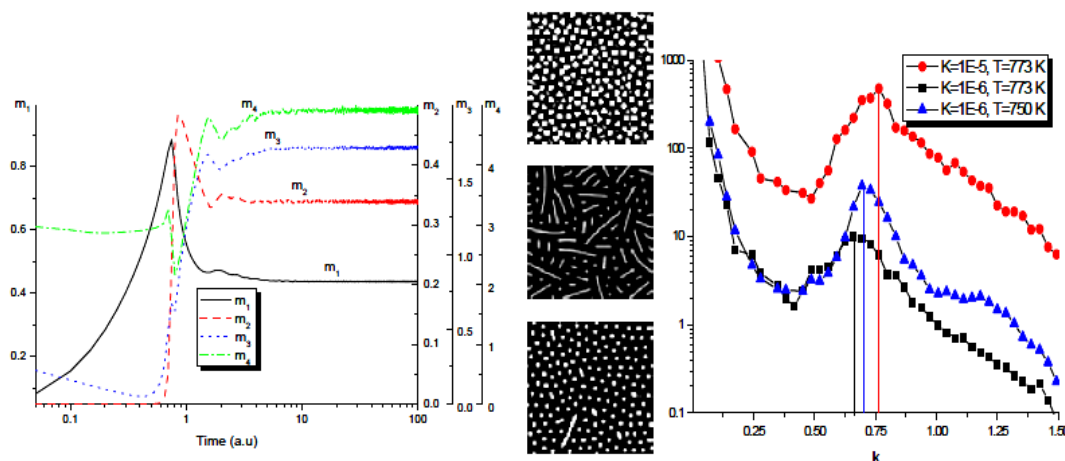


Рис.4 Динаміка середнього, дисперсії, асиметрії та експесу (суцільна, штрихова, пунктирна та штрих-пунктирна лінії, відповідно) при $T=778\text{K}$, $K=10^{-6}$ з.н.а, $E^e=0,1$ еВ, $p=10^{-6}$

Моделювання динаміки мікроструктури проводилися на ГРІД-кластері ІПФ. Отримані результати добре узгоджуються з відомими експериментальними та дають можливість вик даний формалізм для дослідження ефектів кластеризації дефектів в опромінюваних системах. Результати роботи направлено для публікації в Український Фізичний журнал.

В результаті проведеної роботи дослідження процесів формування просторових структур дефектів вакансійного типу в чистому нікелі, що знаходився в умовах реакторного опромінювання можна зробити такі висновки.

1. Вперше проведено застосування узагальненої швидкісної моделі для дослідження процесів формування вакансійних кластерів для чистого нікелю, що опромінюється в реакторних умовах.

2. Із аналітичного дослідження втрати стійкості однорідного розподілу дефектів, встановлено зміну періоду розподілу вакансійних кластерів в нікелі при варіюванні температури та швидкості набору дози.

3. В рамках використання стохастичного підходу для дослідження процесів формування дефектних структур вакансійного типу, встановлено, що дія джерела внутрішніх флуктуацій приводить до дестабілізації однорідного розподілу дефектів на початкових стадіях еволюції системи, у стаціонарному випадку приводить до ентропійно-керованих процесів структуроутворення.

4. За результатами числового моделювання встановлено, що дефекти формуються у пори з характерним розміром порядку 100 нм; при зростанні температури відбувається зміна мікроструктури з формуванням протяжних дефектів типу стінок або вакансійних петель.

Література

1. Onuki A. Phase transition dynamics/ A.Onuki.-Cambridge: Cambridge University Press. – 2004. – 726 p.

2. Evans J. Observations of regular void array in high purity molybdenum irradiated with ions//Nature. – 1971. – V.229. – N 5284. – P.403-405.
3. Johnson P.B., Mazey D.J., Evans J.H. Harwell report AERE R-10874//Rad.Effects. – 1983. – V.78. – P.147-156.
4. Steigler J.O., Farrel K. Alignment of dislocation loops in irradiated metals / Steigler J.O., Farrel K. // Scr.Metall. – 1974. – V.8. – P.651-655.
5. Углов В.В. Радиационные эффекты в твердых телах.– Минск: БГУ. – 2007. – 167 с.
6. Daniel Walgraef. Spatio-Temporal Pattern Formation. – Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg. – 1996. – 324 p.
7. Мирзоев Ф.Х., Панченко В.Я, Шелепин Л.А. Лазерное управление процессами в твердом теле // УФН. – 1996. – Т.166. – В.1. – С.3-32.
8. Мирзоев Ф.Х., Шелепин Л.А. Распространение фронта волны генерации дефектов в твердом теле при лазерном воздействии // Письма в ЖТФ. – 1996. – Т.22. – В.13. – С.28-32.

Анотація. Баштова А.І. Моделювання еволюції мікроструктури кристалічних систем під дією опромінення. У роботі розглянуто процеси структуроутворення точкових дефектів вакансійного типу у кристалічних системах, підданих сталій дії опромінення, на прикладі нікелю. Отримані результати узгоджуються з експериментальними спостереженнями за процесами дефектоутворення при опромінюванні в реакторних умовах.

Ключові слова. Опромінення, дефекти, шум, структуроутворення, моделювання.

Аннотация. Баштовая А.И. Моделирование эволюции микроструктуры кристаллических систем под действием облучения. В работе рассмотрены процессы структурообразования точечных дефектов вакансионного типа в кристаллических системах, подверженных постоянному действию облучения, на примере никеля. Полученные результаты согласуются с экспериментальными наблюдениями за процессами дефектообразования при облучении в реакторных условиях.

Ключевые слова. Облучения, дефекты, шум, структурообразование, моделирование.

Abstract. Anna I. Bashtova. Modeling the evolution of the microstructure of crystalline systems under irradiation. The paper discusses the processes of structure formation of point defects in crystalline vacancy type systems subjected to constant exposure, to the example of nickel. These results are consistent with experimental observations of defect formation during irradiation processes in reactor conditions.

Key words. Irradiation, defects, noise, structure, modeling.

УДК 543.422.8: 519.245

О.В. Бойченко

Сумський державний педагогічний університет ім А.С. Макаренка

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОНОВ С ПОРИСТЫМИ СРЕДАМИ

Актуальность

Электронно-зондовый микроанализ — метод элементного анализа, который заключается в регистрации интенсивности характеристического рентгеновского излучения, возникающего при бомбардировке образца пучком ускоренных электронов, что позволяет определить химический (элементный) состав в точке взаимодействия электронов с веществом. Но при исследовании пористых диэлектриков и проводников, оказалось, что с пористостью интенсивность характеристического излучения уменьшается.

Результаты показывают, что образцы с более низкой плотностью всегда дают меньше рентгеновского излучения, чем при более высокой плотности и интенсивность рентгеновского излучения от образца с наименьшей плотностью становится от 70% до 80%. [1,1]

Известно, что интенсивность характеристического рентгеновского излучения по глубине $I = C \int_0^\infty \varphi(\rho x) d(\rho x)$. Очевидно, что изменение $\varphi(\rho x)$ от пористости образца приведет к изменению интенсивности характеристического излучения. Поэтому исследование вида данной функции может помочь в объяснении выше упомянутого эффекта. Метод Монте-Карло зарекомендовал себя как эффективный метод моделирования в задачах электронно – зондового анализа.

Чтобы исследовать происхождение этого эффекта плотности, экспериментальные $\varphi(\rho x)$ кривые были измерены в зависимости от плотности образца. Результаты показывают, что изменение $\varphi(\rho x)$ кривой вряд ли зависит от плотности образца.

Целью работы является моделирование методом Монте-Карло зависимости функции $\varphi(\rho x)$ от пористости.

Метод Монте-Карло

Метод Монте-Карло представляет собой численный метод, используемый для решения ряда физических задач, носящих вероятностный характер, или задач, имеющих вероятностный аналог. Так как задачи прохождения частиц через вещество как раз и носят вероятностный характер, то к ним метод Монте-Карло применим всегда.

При решении задачи методом Монте-Карло сложный вероятностный процесс взаимодействия частицы с веществом рассматривается как последовательность элементарных актов, причем конкретные значения

параметров получают из соответствующих распределений с помощью случайных чисел. Данная процедура получила название розыгрыша. Каждое взаимодействие и каждый элемент траектории частицы характеризуются случайной величиной, распределение которой определяется физическими законами взаимодействия частиц с веществом. С помощью датчиков случайных величин на современных ЭВМ можно получать истории частиц, эквивалентные в статистическом смысле историям реальных частиц при их прохождении через вещество. В силу такой статистической эквивалентности вычислительный процесс можно считать имитационным моделированием процесса взаимодействия частиц с веществом. Необходимые характеристики взаимодействия пучка частиц с веществом при таком моделировании получают путем обработки большой совокупности историй частиц.

Моделирование прохождения пучка электронов в веществе имеет свои существенные особенности. Взаимодействия электронов с атомами сопровождаются в среднем очень малой передачей энергии, сечение рассеяния для электронов велико, а длина свободного пробега мала. Электроны тормозятся, теряя свою энергию до уровня тепловой. Число столкновений, претерпеваемых при этом электронами, столь велико, что прямое моделирование траекторий электронов нерационально. Для прямого моделирования одной траектории электрона требуется учесть около миллиона соударений, тогда как для нейтронов и гама квантов — всего несколько десятков. Поэтому при моделировании траекторий электронов используют различные приемы, резко снижающие объем вычислений.

Один из таких приемов заключается в замене большого числа соударений одним соударением, которое приводит к эквивалентному изменению направления движения и энергии электрона. Модели, построенные таким образом, носят название моделей укрупненных соударений, а получаемые траектории называются вложенными или конденсированными траекториями. В моделях укрупненных соударений переход из одного узла траектории в другой является результатом многих взаимодействий.

Наиболее существенное средство повышения эффективности вычислительных алгоритмов — аналоговое вычисление характеристик процессов взаимодействия частиц с веществом. При аналоговых расчетах моделирование траекторий ведется с использованием случайных чисел, характеристики процесса прохождения частиц вычисляются по формулам в соответствии с их физическим смыслом.

Аналоговыми методами целесообразно вычислять функцию распределения рентгеновского излучения по глубине образца интенсивность рентгеновских спектров и величины, характеризующие матричные эффекты. В моделировании с помощью случайных чисел устанавливаются потери энергии электронов в произвольном объеме, длина пути, пройденная электронами в заданной области, число упругих и неупругих столкновений, число пересечении границы области,

коэффициенты обратного рассеяния электронов, энергетическое распределение отраженных электронов и электронов, прошедших через слои вещества заданной толщины, и т. д. Среднее арифметическое, вычисленное по многим траекториям, дает приближенную оценку соответствующей величины в силу статистической эквивалентности моделированных траектории реальным траекториям. Для правильного расчета общих закономерностей нужно реализовать большое число траекторий.[2]

Имитационная модель

Нами была создана программа для моделирования функции $\varphi(\rho x)$. Программа была написана на языке программирования C++. При создании использовалось следующая модель.

Представим траекторию электрона как последовательность упругих столкновений с ядрами атомов и неупругих — с электронами оболочки. При этом допустим, что в каждом столкновении взаимодействие осуществляется только с одним атомом. Расстояние между двумя последовательными взаимодействиями будем характеризовать длиной свободного пробега λ . Угол между предыдущим и последующим направлениями движения электрона обозначим θ , азимутальный угол — φ и угол между направлением движения и нормалью к поверхности объекта β .

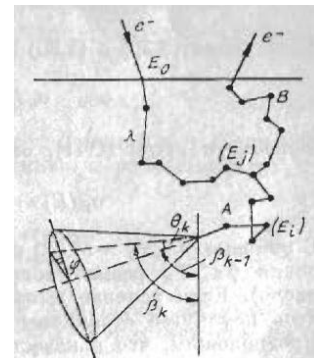


Рис. 1. Имитация траектории электрона

Траектория электрона будет представлять ломаную линию, схематическое изображение которой приведено на рис. 1. Буквы A и B обозначают два возможных исхода: либо электрон поглощается мишенью, либо испытывает обратное рассеяние.

Обозначим вероятности перечисленных процессов следующим образом: P_n – вероятность неупругого столкновения; $P(\Delta E)$ – вероятность потери энергии ΔE ; $P(\theta)$ – вероятность рассеяния на угол $\leq \theta$; $P(\varphi)$ – вероятность того, что азимутальный угол примет значение $\leq \varphi$; $P(\lambda)$ – вероятность того, что длина свободного пробега примет значение $\leq \lambda$.

Конкретные значения всех параметров получаются из соответствующих распределений с помощью случайных чисел. Зная вероятности всех перечисленных процессов, можно осуществить моделирование индивидуальных траекторий электронов. Общая схема расчета в модели включает следующие шаги:

- розыгрыш типа процесса (упругое или неупругое рассеяние);
- розыгрыш величины потери энергии, если столкновение неупругое;
- розыгрыш угла рассеяния θ ;
- розыгрыш азимутального угла φ ;
- розыгрыш длины свободного пробега λ .

Пусть в результате розыгрыша типа процесса установлено, что произошло упругое рассеяние; тогда из соответствующих распределений находятся углы θ и длина свободного пробега λ . Для неупругого рассеяния определяются ΔE и λ . При каждом взаимодействии вся процедура повторяется вновь до тех пор, пока энергия электрона не станет меньше некоторой минимальной величины E_{min} , при которой можно считать, что он поглотился в мишени; пока электрон не испытывает обратное рассеяние т. е. глубина $x \leq 0$. После этого восстанавливаются начальные $x=0$, $E=E_0$, $\theta=0^\circ$ и начинается моделирование новой траектории.

Такая модель позволяет изучать поведение пучка электронов в мишени, если на каждом шаге фиксировать энергию направление движения, глубину под поверхностью и другие интересующие исследователя характеристики.

Тип процесса выясняется из распределения

$$P_n = \frac{\sigma_n}{\sigma_n + \sigma_y}; P_y = 1 - P_n \quad (1)$$

Здесь σ_n и σ_y – интегральные сечения неупругого и упругого взаимодействий соответственно.

Вычисления σ_y проводятся по формуле:

$$\sigma_y(\theta) = \frac{16m^2 z^2 e^4 \phi^4 \pi \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{h^4 \left(8mE\phi^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) h^{-2} + 1\right)} \quad (2)$$

где радиус экранирования $\phi = 0,855a_0 Z^{-1/3}$, a_0 – радиус первой боровской орбиты.

Подставляя в (2) $\theta = 180^\circ$, найдем полное сечение σ_y :

$$\sigma_y(\theta) = \frac{16m^2 z^2 e^4 \phi^4 \pi}{h^4 (8mE\phi^2 h^{-2} + 1)} \quad (3)$$

Выражение для поперечного сечения неупругого столкновения получим с помощью формулы Бете для тормозной способности вещества. Число неупругих взаимодействий dn , испытываемое электроном на участке траектории ds , есть

$$dn = \left(\frac{N_{AB}}{A}\right) \sigma_n(E) d\rho s. \quad (4)$$

Если принять, что средняя энергия, потраченная на возбуждение или ионизацию одного атома – J , то в dn столкновениях налетающий электрон потеряет энергию, равную

$$\Delta E = Jdn \quad (5)$$

Подставляя (4) в (5) и решая относительно σ_n , найдем

$$\sigma_n = \frac{A}{N_{AB} J} \frac{dE}{d\rho s} \quad (6)$$

И окончательно имеем:

$$\sigma_n = 2\pi e^4 z / JE \cdot \ln(1.166E/J) \quad (7)$$

С помощью (3) и (7) нетрудно рассчитать P_n . Проверка условия $\gamma \leq P_n$ решает вопрос о типе процесса (γ – случайное число). Если условие выполнено,

то, следовательно, реализовалось неупругое столкновение, и электрон теряет энергию ΔE . Предположим что в качестве среднего значения ΔE можно использовать величину средней энергии возбуждения J . Тогда

$$E_i = E_{i-1} - J \quad (8)$$

Пренебрегая изменением направления движения электрона вследствие малости J по сравнению с E_i , разыгрываем длину свободного пробега λ :

$$P(\lambda) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{N_{AB}}{A}\right)\sigma\rho\lambda\right] \quad (9)$$

Решая (9) относительно λ , получим

$$\lambda = -\ln[1 - P(\lambda)]/A/\sigma\rho \quad (10)$$

Поскольку λ – случайная величина, принимающая любые положительные значения с вероятностью $P(\lambda)$, розыгрыш осуществляется заменой $P(\lambda)$ на случайное число γ . Окончательно имеем

$$\lambda = -\left(\frac{A}{N_{AB}\rho\sigma}\right)\ln(\gamma) \quad (11)$$

где $\sigma = \sigma_n + \sigma_y$.

Зафиксировав новое значение энергии электрона и его положение, возвращаемся к розыгрышу типа процесса, рассчитав предварительно новые значения σ_n , σ_y и P_n . Пусть теперь оказалось, что произошло упругое рассеяние. Вероятность $P(\theta)$ отклонения электрона на угол, не превышающий θ , найдем, разделив (2) на (3):

$$P(\theta) = \frac{\sin^2(\theta/2)(k_f+1)}{k_f \sin^2(\frac{\theta}{2})+1} \quad (12)$$

где $k_f = \frac{8mE_i\phi^2}{h^2}$.

Решая (12) относительно $\sin^2(\theta/2)$ и заменяя $P(\theta)$ на γ получим

$$\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\gamma}{k_f(1-\gamma)+1}. \quad (13)$$

Далее, чтобы полностью определить направление движения электрона, разыгрывается азимутальный угол φ . Полагая, что рассеяние на любой угол φ является равновероятным, запишем

$$\varphi = 2\pi\gamma \quad (14)$$

или

$$\cos\varphi = \cos(2\pi\gamma) \quad (15)$$

Еще раз отметим, что при вычислении всех функций используются различные случайные числа, которые никогда не повторяются.

Функция $\varphi(\rho x)$ рассчитывалась по формуле:

$$\varphi(\rho x) = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} Q_q(E_j)M(k,j)}{n_0 Q_q(E_0)\Delta E} \quad (16)$$

где $M(k, j)$ – двумерная матрица, по столбцам которой фиксируется энергетическое распределение пробегов, а по строкам — распределение по глубине ρx , $Q_q(E_j)$ – сечение ионизации K – уровня. [3, 16-19; 4, 5-6; 5, 392-396; 6, 63-64; 7, 11-12]

Такой эффект влияния плотности рентгеновского излучения был обнаружен для образцов различной плотности. Графит, C_2O_3 , CuO и ZnS , которые были менее $1 \mu m$ по размеру, были использованы в качестве образцов. Плотность образца изменялась примерно от 1 до 4 г/см^3 . [1,1]

Пористость образца описывается числом, которое указывает долю суммарного объёма пористости в образце (коэффициент пористости).

Для упрощения, поры предполагаются сферической формы с одинаковыми диаметрами. Попадание электрона в пору разыгрывается путем сравнения случайного числа с коэффициентом пористости, если случайное число меньше или равно коэффициенту, считается, что электрон попал в пору и к длине свободного пробега добавляется диаметр поры.

Нами промоделированы образцы меди с разным коэффициентом пористости и получены следующие графики:

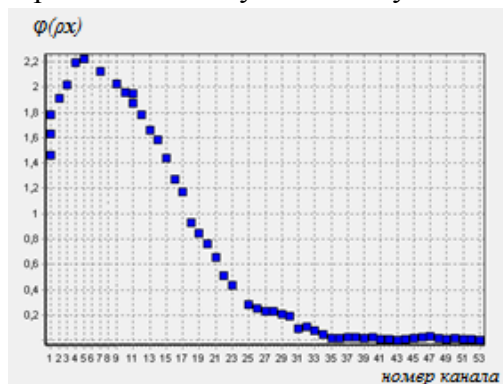


Рис. 2. $\varphi(\rho x)$ для Cu без пористости

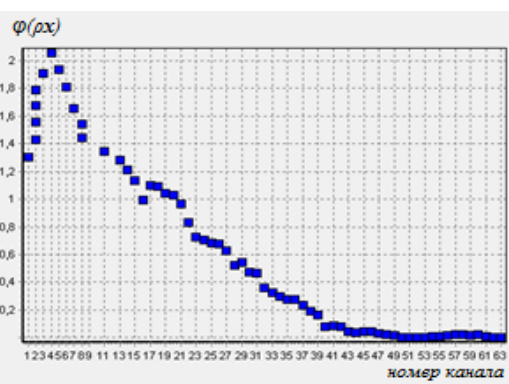


Рис. 3. $\varphi(\rho x)$ для Cu с пористостью в 15%

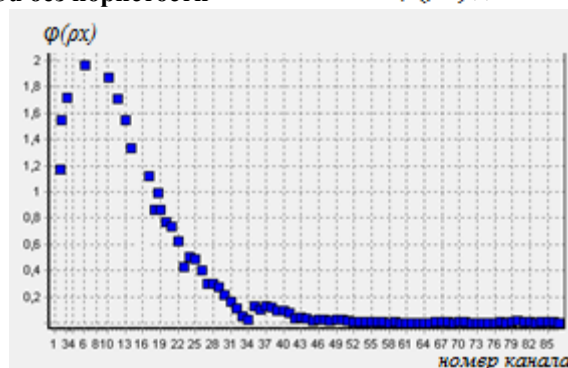


Рис. 4. $\varphi(\rho x)$ для Cu с пористостью в 35%

Из графиков видно, что с добавлением пористости в образец функция $\varphi(\rho x)$ и величина поверхностной ионизации $\varphi(0)$ практически не меняется, что подтверждалось экспериментом.

Это показывает, что изменение пористости не влияет на интенсивность характеристического излучения. Модель пористости использовалась в упрощенном виде. В дальнейшем необходимо исследовать влияние пор с разными геометрическими характеристиками.

Возможно, дополнительные потери энергии происходят в следствии существования плазмонов в инверсиях пора – твердое тело. Возможные причины так же могут быть зарядовые эффекты, однако вышесказанное требует дополнительного исследования.

Выводы:

1. Создана программа для имитации электронных траекторий и расчета функции распределения характеристического излучения.
2. Исследованы функции распределения характеристического излучения $\varphi(\rho x)$ относительно изменения плотности. При этом показано, что с добавлением пористости функция практически не меняется.

Литература

1. Takeo Ichinokawa, Hideo Kobayashi, Masato Nakajima. "Density effect of x-ray emission from porous specimens in quantitative electron probe microanalysis". – Japanese journal of applied physics. 1969.
2. Афонин В.П. Лебедь В.И. Метод Монте-Карло в рентгеноспектральном микроанализе. – Новосибирск: Наука, 1989. – 110 с.
3. Афонин В. П., Егоров А. И., Лебедь В. И., Парадина Л. Ф. Разработка некоторых вопросов расчета интенсивности рентгеновских спектров, возбужденных пучком электронов // Оптика рентгеновских лучей и микроанализ. — Л.: Машиностроение, 1976.— С.
4. Афонин В. П., Лебедь В. И., Парадина Л. Ф. Развитие численных методов моделирования процессов взаимодействия электронного зонда с исследуемым веществом // Восьмая Всесоюзная конференция по локальным рентгеноспектральным исследованиям и их применению.— Черногловка, 1982.
5. Лебедь В.И., Афонин В.П. расчет пространственного распределения первичного характеристического спектра а пробе методом Монте-Карло // Ежегодник СибГЕОХИ, 1971. – Новосибирск: Наука. 1972. – 420 с.
6. Лебедь В.И., Афонин В.П. Исследование методом Монте-Карло поведение электронного пучка в многослойных средах и расчет интенсивности первичного рентгеновского излучения. // Восьмая Всесоюзная конференция по локальным рентгеноспектральным исследованиям и их применению.— Черногловка, 1982.— С. Afonin V.P. Monte Carlo methods in electron probe microanalysis // Abstracts VIII-th Conference on analytical atomic spectroscopy. C. Budejovice, 1984.

Аннотация. Бойченко О.В. Моделирование взаимодействия электронов с пористыми средами. В работе создана программа для имитации электронных траекторий и расчета функции распределения характеристического излучения. Исследованы функции распределения характеристического излучения $\phi(\rho x)$ относительно изменения плотности. При этом показано, что с добавлением пористости функция практически не меняется.

Ключевые слова: траектория электрона, характеристическое излучение, пористость, моделирование.

УДК 537.533.3

В.В. Великодна*Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка***ДОСЛІДЖЕННЯ УРАНОМІСТКИХ МІНЕРАЛІВ
ЗОНДОВИМИ МЕТОДАМИ μ -PIXE та SEM-EDX**

Визначення складу мінералу уранових руд – уранініта-(Са), у тому числі складу домішок, слідових елементів радіогенного походження, таких, як свинець для цілей оцінки віку мінералу, необхідно для всебічної характеристики цього, мабуть, нового мінерального різновиду, а також і для деяких практичних цілей, наприклад, для відображення в базі даних ядерних матеріалів, для потреб ядерної криміналістики[1].

Для характеристики природного уранініта (UO_2) потрібні різні аналітичні методи, зокрема застосування методу μ -PIXE спільно з SEM-EDX відкриває нові можливості у визначенні особливості структури досліджуваного мінералу (SEM), вміст основних елементів і важливих мікродомішок (μ -PIXE, SEM-EDX). Тому метою цієї роботи є порівняльне вивчення складу кальцієвого різновиду уранініта (нового різновиду мінералу уранініта) методами μ -PIXE та SEM-EDX[2].

Зондовий аналіз структури та елементного складу матеріалів різного походження заснований на використанні сфокусованих пучків заряджених частинок має свої особливості. Ці особливості пов'язані з процесами взаємодії енергетичних частинок з атомами дослідного зразку. Характер взаємодії частинок з речовиною залежить від їх заряду, маси і енергії та визначається процесами розсіювання частинок пучка на електронах і ядрах атомів зразку, а також ядерними реакціями. В методах μ -PIXE та SEM-EDX використовуються пучки протонів та електронів відповідно. Тому рух цих заряджених частинок в речовині потребує більш детального розгляду.

Протони з енергією декілька мегаелектронвольт можуть взаємодіяти як з електронами, так і з ядрами атомів дослідного зразку. Але в першій половині шляху протона ймовірність його взаємодії з електронами на декілька порядків вища, а ніж ймовірність розсіювання на ядрах атомів. Через велику різницю маси частинок протонна-електронна взаємодія не може значною мірою змінити траєкторію руху падаючого протона, яка мало відрізняється від прямої лінії. Так як енергія, втрачена протоном при такій взаємодії, мала, що пов'язано з необхідністю збереження кількості руху, то до того часу, як протон повністю не втратить своєї кінетичної енергії, можуть відбутися тисячі взаємодій з електронами атомів матеріалу. По мірі втрати енергії і зменшенні швидкості руху протона, ймовірність його взаємодії з ядром атомів матеріалу збільшується і виникає помітне викривлення траєкторії іона[3].

Взаємодія з протонними пучками призводить до виникнення ряду вторинних продуктів, які у результаті детектування дають інформацію про

локальний елементний склад області сканування. Найбільш цікавим є виникнення характеристичного рентгенівського випромінювання, індукованого протонним пучком (PIXE), оснований на процесах іонізації атомів зразку. Рентгенівський спектр, що спостерігається, складається із неперервного спектру, викликаного гальмівним випромінюванням вторинних електронів, та лінійного спектру, пов'язаного з рекомбінацією іонізованих атомів і заповненням К-, L-, M-електронних оболонок. Сам метод PIXE достатньо добре розвинений, і його переваги базуються на відносно низькому рівні гальмівного фону у порівнянні з електронними пучками в SEM-EDX.

Характер взаємодії протона з речовиною залежить від його енергії. Протони іонізують атоми речовини, взаємодіючи з атомними електронами. Взаємодія протонів залежить від таких характеристик речовини як щільність, атомний номер речовини, середній іонізаційний потенціал речовини. У разі пучка протонів з кінетичною енергією E проходячи шар речовини його енергія зменшується у міру проходження речовини, розкид енергій збільшується. Гальмівна здатність речовини може бути охарактеризована величиною питомих втрат dE/dx . Питомі іонізаційні втрати представляють собою відношення енергії E зарядженої частинки, що витрачається на іонізацію середовища при проходженні відрізка x , до довжини цього відрізка. Питомі втрати енергії зростають із зменшенням енергії частки і особливо різко перед її зупинкою в речовині (пік Брега)[3].

Якщо протон має енергію більшу, ніж енергія зв'язку електрона в атомі, питомі іонізаційні втрати енергії для важких заряджених частинок описуються формулою Бете – Блоха:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi n Z^2 e^4}{m_e v^2} \left[\ln \frac{2m_e c^2 \beta^2}{I} - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right] \quad (1.1)$$

Повний вихід фотонів в 1 с у тілесний кут 1 стерadian дорівнює

$$\int_{E_0}^{E_k} Y(E) dE = \frac{\varepsilon \omega I}{4\pi e} \int_{E_0}^{E_k} \frac{\sigma(E)}{S(E)} e^{-\mu \int_{E_0}^E \frac{dE}{S(E) \cos \alpha}} dE \quad (1.2)$$

При русі в речовині електрони також як і протони втрачають свою енергію, яки можна поділити на іонізаційні й радіаційні. При русі електронів у речовині питомі іонізаційні втрати зменшуються із збільшенням їх швидкості до кінетичних енергій, які дорівнюють подвоєній енергії спокою електрона, а потім повільно зростають. Радіаційні втрати спостерігаються при прискореному русі вільних електронів в електричному полі ядра. Пролітаючи поблизу ядра, електрон відхиляється від свого попереднього напрямку під дією кулонівської сили F . Ця сила пов'язана з масою частинки m і її прискоренням a другим законом Ньютона $F = ma$. Електрон, який рухається з прискоренням a , випромінює електромагнітні хвилі, енергія яких пропорційна порядковому номеру елемента. Оскільки кулонівська сила пропорційна порядковому номеру елемента в таблиці

Менделєєва Z , то $a^2 \sim Z^2/m$. Отже, радіаційні втрати протонів значно менші радіаційних втрат електронів. Із збільшенням енергії електронів їх електричне поле в перпендикулярному напрямку підсилюється, тому радіаційні втрати ростуть пропорційно до зростання кінетичної енергії електронів E_e . Отже, питомі радіаційні втрати енергії E_e пропорційні енергії і квадрату порядкового номера речовини:

$$\left(\frac{dE}{dx}\right) \sim Z^2 \cdot E_e \quad (1.3)$$

Іонізаційні втрати в електронів переважають в області порівняно невеликих енергій. Із збільшенням кінетичної енергії внесок іонізаційних втрат у загальних втратах енергії зменшується. Оскільки питомі іонізаційні втрати $\left(\frac{dE}{dx}\right) \sim Z$, то відношення питомих радіаційних і іонізаційних втрат k енергії пропорційне ZE_e^2 . Енергію електронів, при якій питомі іонізаційні і радіаційні втрати рівні ($k = 1$), називають критичною [2].

Повний вихід фотонів в тілесний кут 1 стерadian, що припадає на один електрон, дорівнює:

$$\int_{E_0}^{E_{кр}} Y(E) dE = \frac{\varepsilon \omega}{4\pi} \int_{E_0}^{E_{кр}} \frac{\sigma(E)}{S(E)} (1 - \eta) e^{\frac{\mu x(E)}{\cos \alpha}} dE \quad (1.4)$$

Експериментальна установка ядерного скануючого мікросонду є окремим каналом аналітичного прискорювального комплексу Інституту прикладної фізики НАН України, який заснований на малогабаритному електростатичному прискорювачі «Сокіл» з максимальною напругою на високовольтному терміналі 2 МВ. Схема каналу ЯСМЗ у складі АУК наведена на рис.1.

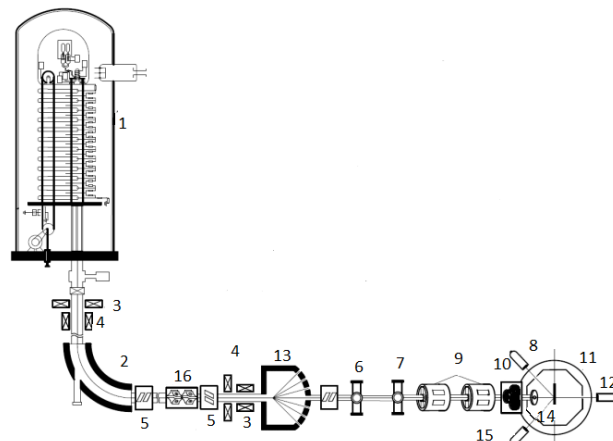


Рис. 1. Схематичне уявлення розташування основних елементів і вузлів каналу ЯСМЗ у складі АУК ІФП НАНУ

Де електростатичний прискорювач «Сокіл» (поз.1); аналізуючий магніт (поз.2); котушка зі струмом для горизонтальної корекції пучка (поз.3); котушка зі струмом для вертикальної корекції пучка (поз.4); щілинний прилад (поз.5);

об'єктивний коліматор (поз.6); кутовий коліматор (поз.7); детектор вторинної електронної емісії (поз.8); дублет магнітних квадрупольних лінз (поз.9); система сканування (поз.10); мішенна камера (поз.11); відеокамера (поз.12); роздатковий магніт (поз.13); детектор резерфордівського оберненого розсіювання (поз.14); детектор характеристичного рентгенівського випромінювання (поз.15); дублет електростатичних квадрупольних лінз (поз.16)[3].

Основними елементами ЯСМЗ є: об'єктний і кутовий коліматори, магнітні квадрупольні лінзи з механізмами позиціонування, мішень камери з детектуючими пристроями і механізмом позиціонування зразків. До допоміжних систем відносяться іонопровод, вакуумна система і антивібраційна підставка.

У даній роботі методами SEM-EDX, μ -PIXE було проаналізовано 7 фрагментів плівки уранініта-(Ca). Методом SEM-EDX отримано інформацію про морфологічні особливості структури досліджуваних фрагментів і кількісно визначено елементний склад основних елементів. Методом μ -PIXE було визначено характер розподілу елементів на вибраній ділянці і кількісний елементний склад основних і домішкових елементів. На рис. 2 показано SEM зображення (во вторинних електронах) вибраного для аналізу фрагмента №3 плівки Ca-уранініта[1].

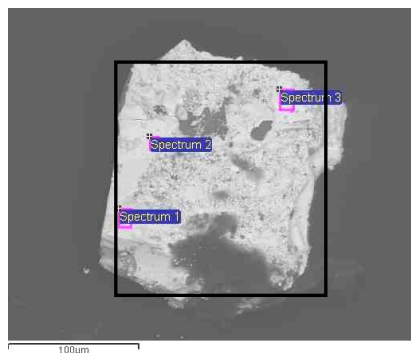


Рис. 2. SEM зображення фрагменту №3 мінералу, досліджуваного методами SEM-EDX в трьох областях (Spectrum 1,2,3) і μ -PIXE (квадратом виділено ділянку 160×160 мкм, для якій було отримано загальний спектр PIXE, показаний на рис. 3.2б).

На рис. 3а показані результати дослідження цього фрагменту у вигляді спектра SEM-EDX. На рис. 3б представлений сумарний спектр μ -PIXE..

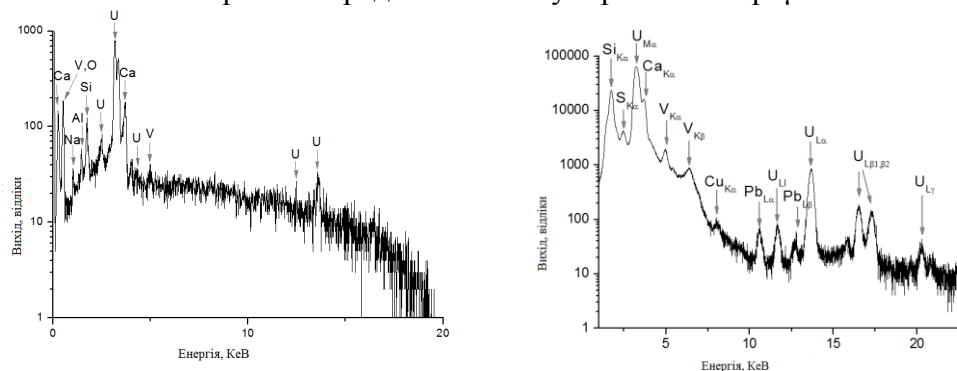


Рис. 3. Спектри (в логарифмічному масштабі), отримані при дослідженні ділянки фрагмента мінералу уранініта-(Ca) двома методиками: а) SEM-EDX, б) μ -PIXE

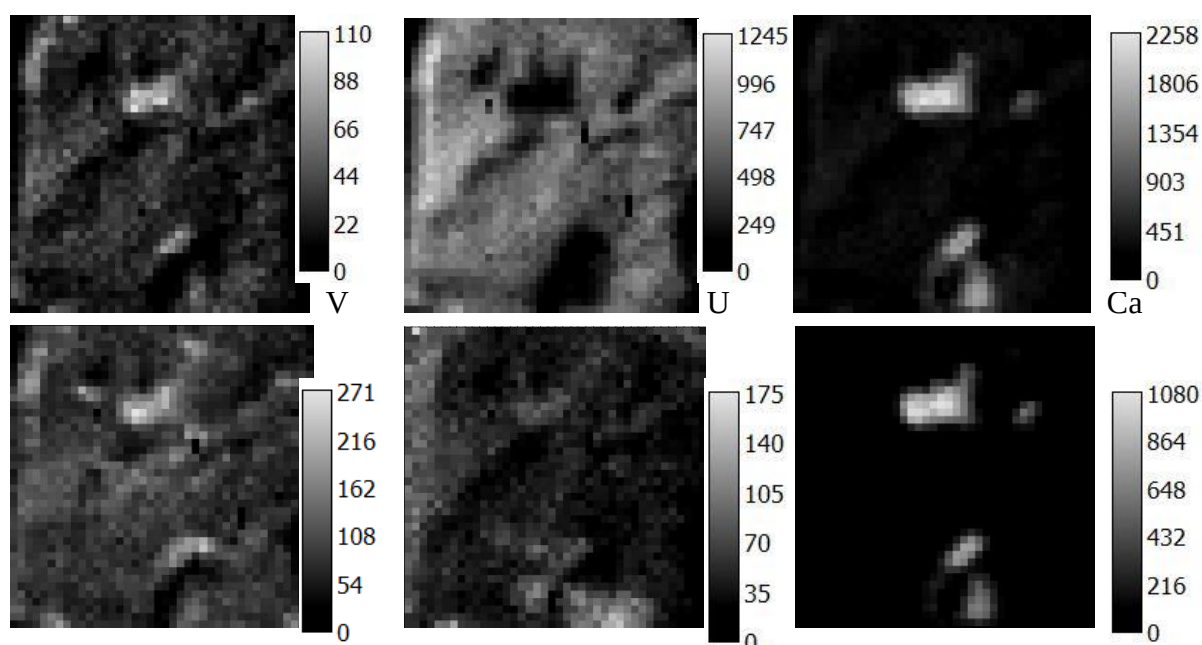


Рис. 4. Карти розподілу елементів V, Ca, Si, U, S, P, що входять до складу ділянки фрагменту мінералу Са-уранініту №3

Як видно із карт розподілу елементи на вибраній ділянці розподілені доволі не рівномірно. Кількісна інформація (мас. конц.%) про елементний склад фрагменту №3 (рис. 2) отримана методами SEM-EDX (в точках Spectrum 1,2,3) та μ -PIXE (вказана ділянка представлена у вигляді квадрату на рис. 2) представлені у табл. 1.

Таблиця 1

Усереднені по 7-ми фрагментах результати аналізу кількісного вмісту фрагменту мінералу Са-уранініту методом μ -PIXE та SEM-EDX

Элемент	SEM-EDX		PIXE	
	C, mass %	stat. error, %	C, mass %	stat. error, %
Na	1.36	0.23	0.057	0.01
Al	0.61	0.1	0.94	0.16
Si	2.88	0.23	3.74	0.55
P	-		0.99	0.26
S	-		0.32	0.07
Ca	7.35	0.19	9.41	0.74
V	0.73	0.12	1.08	0.1
Fe	-		0.08	0.03
Pb	-		1.27	0.11
U	70.26	0.76	69.87	0.99
Cu	-		0.1	0.03
Mg	-		0.17	0.05

Деякі відмінності в кількісному вмісті фрагментів мінералу, отриманих при аналізі μ -PIXE і SEM-EDX методами, можна пояснити деякими особливостями цих методів[3].

При аналізі основного елементного складу фрагментів мінералу (1-7) μ -PIXE та SEM-EDX методами виявлено наявність, окрім основних елементів (U, O, Ca), достатньо високий вміст Na, Al, Si (табл.1), що можна пояснити частковим захопленням альбіту що міститься ($\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$) через малу товщину і розриви уранових плівок. Обома методами також виявлено наявність у мінералі ванадію: $(0,73 \pm 0,12)$ мас.% - по SEM-EDX та $(1,08 \pm 0,22)$ мас.% - по μ -PIXE. Це не дивно, оскільки ванадій являється постійною домішкою Са-уранініту[4].

Як і слід було очікувати із теоретичних міркувань, метод PIXE під дією протонів виявився більш чутливим до вмісту малих елементів (P, S, Pb, Cu, Mg). У всіх спектрах був зафіксований свинець у кількості $(1,27 \div 1,84)\%$, в той час як електронним зондом лише водному (1,42%).

Визначення концентрації свинцю в зразках дозволило зробити оцінку віку мінералу в припущенні радіогенного походження всього свинцю. Така оцінка базується на наявних даних визначення ізотопного складу свинцю в рудах родовищ даного регіону [4].

Результати оцінки віку кальцієвого уранініта для 7-ми досліджуваних методом μ -PIXE фрагментів мінералу представлені в табл. 2.

Таблиця 2

Визначення віку кальцієвого уранініту по вмісту свинцю та урану

№ фрагмента	Pb, мас. %	U, мас. %	t, мільйони років
1	0,78	61,2	$0,091 \pm 0,007$
2	1,84	64,0	$0,202 \pm 0,013$
3	1,40	67,5	$0,147 \pm 0,012$
4	1,14	68,3	$0,118 \pm 0,008$
5	1,23	61,4	$0,142 \pm 0,006$
6	1,15	62,5	$0,130 \pm 0,007$
7	1,24	61,4	$0,143 \pm 0,006$

ВИСНОВКИ

У роботі проведено кількісний і якісний аналіз фрагментів плівки мінералу Са-уранініту методами SEM-EDX та μ -PIXE. Показано, що інформація про якісний вміст переважаючих елементів (U, Ca, O) і незначних домішок (Si, Na, Al, V), отримана за допомогою методу μ -PIXE добре погоджується з SEM-EDX.

Представлені переваги методу μ -PIXE у знаходженні слідових домішок елементів (P, S, Pb, Cu, Mg) в досліджуваних фрагментах плівки кальцієвого уранініта. На підставі аналізу спектрів SEM-EDX та μ -PIXE можна зробити висновки про те, що метод μ -PIXE дозволяє визначати деякі слідові елементи (P,

S, Fe, Pb, Cu, Mg) яких не видно на спектрі SEM-EDX, ці елементи можуть бути важливими для характеристики зразку. Ця особливість методу μ -PIXE пов'язана з тим, що цей метод в силу своїх фізичних властивостей має фон менший в 2 рази а ніж в методі SEM-EDX.

На підставі отриманої малої концентрації свинцю за допомогою методу μ -PIXE, і на підставі того, що розподіл Pb по всій області фрагментів мінералів має рівномірний характер, можна зробити припущення о радіогенному утворенні свинцю. На підставі цього припущення визначення концентрації свинцю в співвідношенні до концентрацій урану у всіх зразках дозволило зробити оцінку віку кальцієвого уранініта, яка складає $t = (0,137 \pm 0,05)$ мільярдів років.

Література

1. Вальтер А.А., Писанский А.И. О природе кальцийсодержащего уранинита // Доповіді НАН України, 2008. – №9. – С. 106-109.
2. Анализ частиц шероховатых поверхностей // Растровая электронная микроскопия и рентгеновский микроанализ. (под ред. В.И. Петрова). – Т.2. – М: «Мир», 1984. – С. 41-56.
3. D.V. Magilin, A.G. Ponomarev, V.A. Rebrov, N.A. Sayko, K.I. Melnik, V.I. Miroshnichenko, V.Y. Storizhko. Performance of the Sumy nuclear microprobe with the integrated probe-forming system. Nucl. Instr. and Meth Res. B 267 (2009) pp. 2046-2049.
4. Щербак Д.Н. Геохронология эпох активизации урана // Генетические типы и закономерности размещения урановых месторождений Украины (под ред. Белевцева Я.Н.и Ковалю В.Б.) – Киев: Наукова думка, 1995. – С. 211.

Анотація. Великодна В.В. Дослідження ураномістких мінералів зондовими методами μ -PIXE та SEM-EDX. у даній роботі проводилось порівняльне вивчення складу кальцієвого різновиду уранініта (нового різновиду мінералу уранініта) методами μ -PIXE та SEM-EDX. Досліди проводились на експериментальній установці ядерного скануючого мікрозонду.

Ключові слова: уранініти, метод PIXE, зондові методи, радіогенне походження.

Аннотация. Великодная В.В. Исследование ураносодержащих минералов зондовыми методами μ -PIXE и SEM-EDX. В данной работе проводилось сравнительное изучение состава кальциевой разновидности уранинита-(Ca) (новой разновидности минерала уранинита) методами - μ PIXE и SEM-EDX. Опыты проводились на экспериментальной установке ядерного сканирующего микрзонда.

Ключевые слова: уранинит, метод PIXE, зондовые методы, радиогенное происхождения.

Summary. *Velikodnaya V.V. A study of calcium varietie of uraninite by SEM-EDX and micro-PIXE. In this work was conducted a comparative study of the composition calcium varietie of uraninite by y SEM-EDX and micro-PIXE. Experiments were carried out on the experimental installation nuclear scanning microprobe.*

Keywords: *uraninite, a method of PIXE, probe techniques, radiogenic origin.*

О.І. Коренев

*Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка***ОСНОВОПОЛОЖНІ ФІЗИЧНІ ЕКСПЕРИМЕНТИ**

Постановка проблеми. Експериментальна фізика, як складова частина, являє собою сукупність досліджень, пов'язаних із отриманням даних про фізичні явища й світ загалом. Основним методом дослідження експериментальної фізики як науки є спостереження за поведінкою ретельно підготовленої фізичної системи, що і складає суть фізичного експерименту.

Побудова загальної фізичної картини світу здійснюється внаслідок взаємодії експериментальної та теоретичної фізики. Поділ фізики на експериментальну й теоретичну склався в 20 столітті. Він був зумовлений, з одного боку, складністю математичного апарату сучасної теоретичної фізики, а з іншого боку, складністю фізичного устаткування й методології вимірювань, які в сукупності призвели до спеціалізації й поділу праці серед фізиків.

Експериментальній фізиці належить вирішальне слово щодо верифікації чи фальсифікації фізичних теорій та гіпотез. Фізичний експеримент є визначальним у питаннях теоретичної фізики, він здійснює поштовхи в часи теоретичного застою і виводить її на нові висоти. Основоположні фізичні експерименти стають підґрунтям розвитку фізики як науки.

Мета даної статті – розкрити суть деяких основних фізичних експериментів.

Аналіз актуальних досліджень. Інформація про проведені фізичні експерименти як правило є загальнодоступною і не викликає труднощів при пошуку. Однак виділення основних фізичних експериментів, які сприяли розвитку фізичної науки, особливо майбутньому фізику важко переоцінити.

Тому зрозумілий опис основоположних фізичних експериментів, деталізація дослідження фундаментальних принципів в цих експериментах, виокремлення головної ідеї в розвитку фізичної думки на уроках фізики в 11 класах може сприяти кращому розумінню фізики, заохоченню до її глибшого вивчення, а також збільшенню вірогідності правильного професійного самовизначення учнів старших класів.

Ми зупинимося на деяких розділах фізики та типових для цих розділів визначальних експериментах.

Виклад основного матеріалу.

Досліди Галілея з вивчення падіння тіл і кочення по похилій площині стали визначальними у механіці.

Дата: 1589 (падіння тіл), 1638 (похила площина).

Використані методи: побудова математичної моделі, уявний експеримент вивчення спостережуваних явищ з кількісного боку.

Тип вимірювання: безпосереднє вимірювання.

Тип умов: умови, близькі до природних (земних).

Досліджувані фундаментальні принципи: основний закон механіки Ньютона (у спрощеній формі).

Галілео Галілей (1564-1642) удостоївся честі бути названим *першим в історії фізиком* (рис. 1). Річард Фейнман вважав, що до Галілея мало хто набирався необхідної сміливості піднятися на Пізанську вежу (висота - 56,7 м), щоб кинути гарматне ядро вагою 80 кг вниз. Це не дивувало, адже дух догалілеєвської фізики був заданий Арістотелем.

Світогляд, що виходив з фізики та метафізики Арістотеля, обмежував фізичний експеримент природознавством, спостереженням за природою, спостереженням її рівноваги і безтурботного спокою. В епоху Відродження подібний образ вченого витіснив образ природодослідника, тобто вченого, який використовує природу як полігон для свого експериментального пізнання. Галілей був яскравим зразком вченого нової епохи.

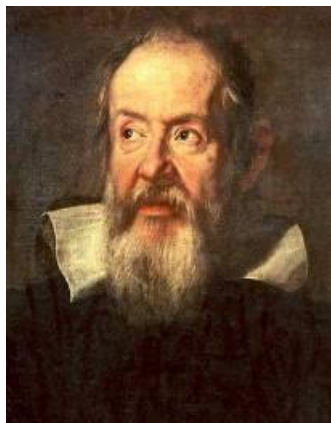


Рис. 1.

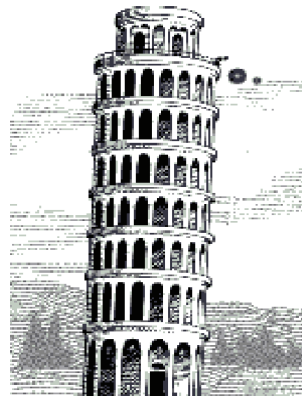


Рис. 2.

Ще в студентські роки він почав сумніватися у справедливості положень Арістотеля, згідно з якими важче тіло повинно було падати швидше легшого. Більш того, давньогрецький філософ вважав, що швидкість тіл, кинутих з однієї висоти, в точці падіння на землю буде пропорційна їх масам. Для спростування першого положення свого великого попередника Галілео Галілей використовував його ж метод, тобто метод логічних міркувань:

«Уявімо собі два тіла, одне легше, а інше - більш важче, які з'єднані між собою ланцюгом. Скинемо цю систему тіл з вершини вежі. Якщо припустити, що більш важкі тіла дійсно падають швидше більш легких тіл, ланцюг незабаром натягнеться, оскільки легке тіло буде падати з запізненням, у порівнянні з більш важким (і, отже, уповільнювати рух останнього). У той же час, система, розглянута в цілому, **важче**, ніж тіло поодиночі, і, отже, повинна падати швидше останнього. Це протиріччя дозволяє нам зробити висновок про несправедливість нашого припущення.»

Цей уявний експеримент підтвердили досліди, проведені на Пізанській вежі в 1589 р. (рис. 2). Галілей кидав з Пізанської вежі гарматне ядро вагою 80 кг і

мушкетну кулю масою близько 200 г. Вибором тіл сферичної форми Галілей розраховував зменшити вплив опору повітря на їх падіння.

Незважаючи на важливість експерименту Галілея, не можна стверджувати, що в ньому була підтверджена точка зору Галілея щодо падіння тіл в полі сили тяжіння, але була спростована фізика Аристотеля. Дійсно, нескладні обчислення показують, що мушкетна куля повинна впасти на землю більш ніж на чверть секунди пізніше ядра - при тому, що саме падіння повинно було тривати всього лише 3-4 секунди. Більш того, між кулею і ядром у момент досягнення землі останнім має бути відстань близько 6 метрів. Цю відстань складно було не помітити тим, хто стояв біля підніжжя вежі.

Цікаво відзначити, що, за мемуарами самого Галілея, задуматися про незалежність швидкості падіння тіл від їх мас його змусила сильна гроза з градом. Галілей помітив, що і великі, і маленькі градини з однією швидкістю падають на землю, хоча мають різну вагу.

Підтвердивши якісно свою здогадку про незалежність швидкості падіння тіла від його маси, Галілей вирішив дослідити падіння тіл кількісно. Однак у його час не було приладів, що дозволяли вимірювати малі проміжки часу з достатньою точністю, тому він спробував замінити стрімке падіння більш повільним рухом, але із збереженням властивостей [1].



Рис. 3.

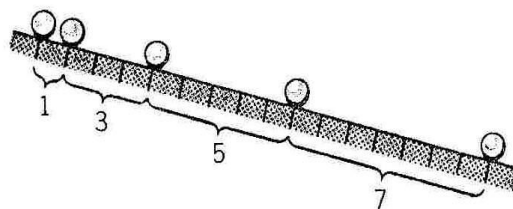


Рис. 4.

В якості такого виду руху Галілей вибрав скочування гладкої кулі похилою площиною (рис. 3). Необхідно відзначити, що послідовна теорія такого плоскопаралельного руху не могла бути побудована за часів Галілея. Однак знань механічної частини курсу загальної фізики достатньо, щоб вивести вираз для обчислення прискорення кулі:

$$a = \frac{g \sin \alpha}{1 + I / mr^2},$$

де α – кут нахилу площини до горизонту, m , r – маса і радіус кулі відповідно, а I – момент інерції кулі відносно її центра.

Для рівномірно розподіленої суцільної кулі $I / mr^2 = 2/5$, тому скочування кулі похилою площиною виявляється рівноприскореним. Інтуїтивно припускаючи саме такий характер руху кулі, Галілей в точках похилої площини, які куля

повинна була перетнути в послідовні моменти часу (на відстанях $l, 4l, 9l, 16l$ від її вершини, відповідно до закону рівноприскореного руху $l(t) = at^2/2$) поставив пристрої, які видавали звук, коли куля прокочувалася повз них (рис. 4). Спочуючи кулю, він стежив, чи дійсно датчики дзвонять через рівні проміжки часу. Оскільки точних годинників в його час не було, для синхронізації Галілей використовував свій пульс або музику оркестру.

Дослідом він показав, що падіння тіл має рівноприскорений характер, який не залежить від маси тіла.

Уявний експеримент "корабель" Г. Галілея про відносність руху.

Дата: 1638.

Тип вимірювання: уявний експеримент, заснований на безпосередньому спостереженні кочення кулі по похилій площині.

Тип умов: умови, близькі до природних (земних).

Досліджувані фундаментальні принципи: принцип інерції і принцип відносності Галілея.

Рівноприскореність руху похилою площиною, причому тим прискорення менше, чим менший кут нахилу. Як тіло буде рухатися, якщо ця поверхня строго горизонтальна? З нульовим прискоренням - така відповідь Галілея. Ніщо не може змусити тіло ні почати рухатися швидше, ні зупинитися, якщо воно лежить на горизонтальній площині, - тіло буде зберігати швидкість свого руху нескінченно довго. До такого ж висновку приводить і інший експериментальний факт, встановлений Галілеєм: якщо з'єднати дві похилі площини так, щоб куля, скотившись з одного, відразу ж піднімалася по іншій, вона підніметься на ту ж висоту, з якої була відпущена, незалежно від нахилу кожної з площин (якщо знехтувати силами тертя) (рис. 5). У цьому випадку уявивши, що права площину практично горизонтальна, ми отримуємо, що куля пройде по ній нескінченну відстань, поки не підніметься на свою початкову висоту. Це, фактично, і означає, що по горизонтальній площині куля буде рухатися нескінченно довго.



Рис. 5.

У сучасному трактуванні принцип інерції Галілея нерозривно пов'язаний з принципом відносності, що мав його ж ім'я, який також вважають першим законом механіки Ньютона: *всі механічні явища відбуваються однаково у всіх інерціальних системах відліку при довільних початкових умовах*. Тут інерціальна система відліку має на увазі спостерігача, який рухається вільно, без впливу зовнішніх сил.

Свій принцип відносності Галілей ілюструє уявним експериментом про кораблі. Уявімо собі корабель, в якому є закрита простора каюта без вікон. Тоді,

вивчаючи механічні явища в цій каюті в нерухомому кораблі, ми не помітимо жодної відмінності в них з випадком, коли корабель рівномірно рухається. Це, взагалі кажучи, є емпіричним фактом: ми відчуємо наявність сил інерції, тільки коли корабель почне рух. Звичайно ж, принцип Галілея можна виразити у вигляді точної формули з механіки Ньютона, але необхідно пам'ятати, що історично саме принцип відносності був покладений в основу останньої [2].

У процесі розвитку науки про електрику і магнетизм на шляху принципу відносності Галілея постала проблема: заряди в рухомих системах відліку повинні були породжувати струми, тому в останніх до їх електростатичної (кулонівської) взаємодії повинна була додатися магнітостатична (амперова). У підсумку, у відповідності з механікою Ньютона, закони руху зарядів при переході між системами відліку перетворювалися всупереч принципу Галілея. Тим не менш, в 1905 р. А.Ейнштейн розрубав цей гордіїв вузол, поклавши в основу його спеціальної теорії відносності постулат: *всі фізичні явища відбуваються однаково у всіх інерціальних системах відліку, незалежно від початкових умов*. Під словом «всі фізичні» малося на увазі «і механічні, і електромагнітні». Послідовне впровадження принципу відносності Ейнштейна в механіку зажадало змінити навіть кінематику, зокрема, уявлення про простір-час. Тим не менше, ідея про відносність і необхідність виділяти з усіх вимірних величин тільки ті, що мають фізичний сенс (як зараз кажуть, інваріанти), починається з Галілео Галілея і залишається ключовою і в найсучасніших галузях фізики [3]/

Вивчення електризації тіл В. Гільбертом і електричних флюїдів Б. Франкліном стали визначальними в електродинаміці.

Дата: 1600 (електризація), приблизно 1750 (два роди зарядів).

Тип вимірювання: якісне дослідження в лабораторних умовах.

Тип спостереження: безпосереднє якісне спостереження.

Тип умов: умови, що зустрічаються в реальному світі, але в сильно спрощеному вигляді.

Досліджувані фундаментальні принципи: існування електричного заряду, його скалярний характер (що виявляється в існуванні тільки двох його видів - позитивного і негативного).



Рис. 6.



Рис. 7.

Ще в стародавній Греції, за п'ять століть до нашої ери, було відомо, що натертий бурштин має властивість притягати легкі предмети, наприклад, травинки. Однак перші систематичні досліді, пов'язані з вивченням електризації, провів Вільям Гільберт (1544-1603) (рис. 6). Він показав, що властивість електризуватися при терті є досить загальним: ним володіє не тільки бурштин, але і алмаз, опал, скло та ін. Також В. Гільберт показав, що, якщо наелектризоване тіло внести в полум'я пальника, воно втрачає свої електричні властивості [4].

Крім здатності притягувати НЕ наелектризовані (нейтральні) тіла, заряджені тіла мали здатність взаємодіяти один з одним. Більше того, як виявив Бенджамін Франклін (1706-1790) (рис. 7), певні тіла, будучи наелектризованими, притягувалися одне до одного, а деякі відштовхувалися. На основі цього спостережуваного факту Франклін зробив висновок про існування «позитивної» і «негативної» електрики (як відомо, різні тіла в результаті тертя набувають заряди різних знаків). Нарешті, він висунув гіпотезу про те, що рід електрики визначається надлишком або недоліком *електричного флюїду* в тілі, при цьому при терті частина цього флюїду перетікає від одного тіла до іншого, призводячи до їх електризації. Б. Франклін також зазначив, що при видаленні тіл одне від одного сила їх тяжіння / відштовхування спадає і збільшується, якщо тіла більш ретельно електризувати (тобто при збільшенні зарядів тіл по модулю). Точні залежності отримав пізніше Шарль Кулон, ім'я якого і носить відповідний закон [5].

Необхідно відзначити для порівняння, що дискретність електричного заряду була доведена тільки на початку ХХ століття в досліді Роберта Міллікена, в якому вимірювався заряд наелектризованих крапель олії.

Висновки.

Розглянуті основні фізичні експерименти зробили значний внесок в подальший розвиток науки. Вони підтверджують думку про те, що експеримент у фізиці є однією із визначальних та рушійних сил розвитку науки.

Література

1. Пурышева Н.С., Шаронова Н.С., Исаев Д.А. Фундаментальные эксперименты в физической науке. Элективный курс: Учебное пособие – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. – 159 с.
2. Тригг Дж. Физика ХХ века: ключевые эксперименты. – М.: Мир, 1978. – 376 с.
3. Мэрион Дж.Б. Физика и физический мир. – М.: Мир, 1975. – 624 с.
4. Элементарный учебник физики. т.2. Электричество. Магнетизм // под ред. Ландсберга Г.С. – М.: Физматлит, 2006. – 480 с.
5. Физическая энциклопедия: // Гл. ред. А. М. Прохоров, редкол.: Д. М. Алексеев [и др.]. – М., 1988 – 1998 [в 5 т.].
6. Википедия. Физика // [Електронний ресурс]. – Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D0%BA%D0%B0>

7. Википедия. Эксперимент. // [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%BA%D1%81%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%>

Анотація. У статті розглянуто основні фізичні експерименти, які стали визначальними в розвитку теорій, що описують реальні закони. Виділення і наголошення на основоположних експериментах, які відіграли велику роль в розвитку фізики є важливою задачею будь-якого вчителя фізики.

Ключові слова: фізика, експеримент, теорія, закон, основоположний фізичний експеримент.

Аннотация. В статье рассмотрено основные физические эксперименты, которые стали определяющими в развитии теорий, что описывают реальные законы. Выделение и подчеркивание основополагающих экспериментов, которые сыграли большую роль в развитии физики есть важной задачей любого учителя физики.

Ключевые слова: физика, эксперимент, теория, закон, основополагающий физический эксперимент.

Summary. The article describes basic physical experiments that were decisive in the development of theories which describe the real laws. Highlighting and underlining fundamental experiments that have played a major role in the development of physics is an important task of any teacher of physics.

Keywords: physics, experiment, theory, law, fundamental physics experiment.

УДК 539.1.04; 004.942

С.А. Люльченко

Сумской государственной педагогический университет им. А.С. Макаренки

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОДИНОЧНЫХ ИОНОВ С БИОЛОГИЧЕСКИМИ СРЕДАМИ С ПОМОЩЬЮ GEANT4

Введение

В современной физике широко распространено моделирование физических процессов. Целью данной работы является построение модели для изучения процессов взаимодействия с веществом. Провести моделирование на основе пакета Geant4, и исследовать зависимость поглощенной дозы от глубины проникновения протона в биологическую среду.

Для анализа результатов различных экспериментов, важно знать какие процессы происходят при взаимодействии частицы с веществом мишени. Взаимодействие частиц с веществом зависит от их типа, заряда, массы и энергии. Заряженные частицы ионизируют атомы вещества, взаимодействуя с атомными электронами. Взаимодействие частиц зависит от таких характеристик вещества как плотность, атомный номер вещества, средний ионизационный потенциал вещества.

Протонная терапия является примером практического применения теоретических знаний в области взаимодействия частиц с веществом. В настоящее время протонная терапия - наиболее мощное средство для получения очень высокой конформности дозовых распределений. На рис. 1 показаны глубинные дозовые распределения для наиболее часто используемых излучений. В силу наличия пика Брэгга использование протонов позволяет действовать на опухоль более локально, нанося при этом достаточно малый вред здоровым клеткам. [2]

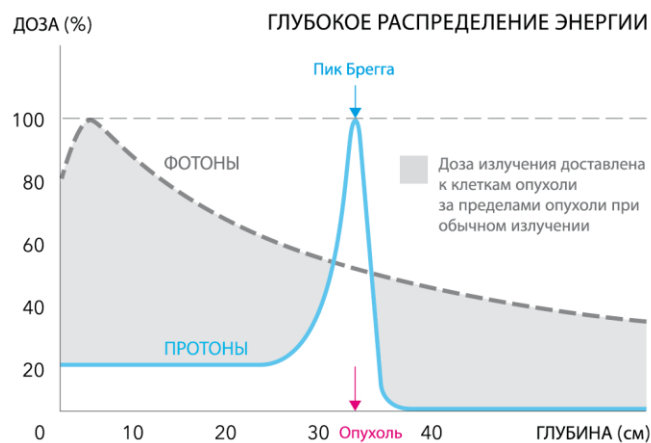


Рис. 1. Глубинное распределение энергии для фотонов и протонов

Область физики изучающая взаимодействие с веществом активно развивается. Существуют всемирно известные научные центры по исследованию таких взаимодействий. Одним из таких научных центров является GSI - Центр по изучению тяжёлых ионов имени Гельмгольца (нем. GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung) [4], с данными которого сравнивались результаты полученные в рамках представленной работы.

Воздействие ионизирующего излучения на биологическую ткань определяется не только поглощением энергии излучения атомами и молекулами среды, но и характером распределения этой энергии в облучаемом объекте, распределением облучения во времени, видом излучения и другими факторами. Биологическое действие ионизирующего излучения зависит как от излучения, так и от его энергии.

При прохождении ионов через вещество возникают вторичные процессы. Вторичные частицы вносят существенный вклад в распределение дозы, поэтому изучение параметров вторичного излучения весьма важно, что и будет сделано в последующих работах.

Теоретические сведения о взаимодействии частиц в веществе.

При прохождении через вещество частицы взаимодействуют с атомами, из которых оно состоит, то есть с электронами и атомными ядрами. В результате взаимодействий частицы теряют свою энергию.

Основным механизмом взаимодействия тяжёлых заряженных частиц с веществом, в результате которого они теряют свою энергию, является ионизация и возбуждение атомов среды путём электромагнитного взаимодействия с электронами.

Для получения полных потерь на единице длины пути нужно учесть взаимодействие с электронами при всех возможных параметрах соударения с частицей:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi q^2 e^2}{mV^2} n \int_{r_{min}}^{r_{max}} \frac{dr}{r} = \frac{4\pi q^2 e^2}{mV^2} n \ln \frac{r_{max}}{r_{min}} \quad (1)$$

Более строгие расчёты с учётом квантовомеханических и релятивистских эффектов выполнены Бете:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi q^2 e^2}{mV^2} n \left(\ln \frac{2mV^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 - \delta - u \right) \quad (2)$$

где $I = (13,5Z) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$ – средний ионизационный потенциал атомов поглощающего вещества; $\beta = v/c$; δ и U – члены, учитывающие эффект плотности и связанности электронов. [1]

Основные закономерности, которым подчиняются ионизационные потери энергии: удельные потери пропорциональны квадрату заряда частицы; удельные потери не зависят от массы частицы; удельные потери являются функцией скорости частицы, причём в широком диапазоне скоростей, вплоть до

релятивистских, зависимость близка к $1/V^2$; удельные потери пропорциональны плотности электронов в среде.

В релятивистской области наблюдается медленное увеличение удельных потерь с увеличением энергии частиц. Физическая причина этого заключается в релятивистском сжатии кулоновского поля частицы.

При каждом ионизационном столкновении заряженной частицы с атомом выбивается один или несколько электронов. Наиболее быстрые из этих электронов способны создавать вторичную ионизацию. Вторичные электроны, энергия которых велика в сравнении с энергией ионизации, называют δ -электронами.

Большая часть δ -электронов вылетает под углами, близкими к $\pi/2$ относительно направления движения частицы. Энергия, переданная заряженной частицей электрону, равна:

$$E_{\delta} = E_{\delta \max} \cdot \cos^2 \varphi \quad (3)$$

где максимальная энергия $E_{\delta \max}$ задается формулой: $\delta E_{\max} = 2mV^2$.

Электроны, вылетающие под малыми углами к траектории частицы, имеют максимальную энергию, а вылетающие под углами, близкими к 90° к траектории частицы, имеют энергии, близкие к нулю. Последние составляют подавляющее большинство среди общего числа электронов.

Проходя через слой вещества, заряженная частица испытывает многочисленные упругие взаимодействия с атомом как целым, которые представляют собой рассеяние в поле ядра атома. Характер взаимодействия частицы с ядром зависит от расстояния их сближения, зависящего от энергии частиц. Основной вклад в рассеяние вносит электростатическое взаимодействие (отталкивание ядром положительно заряженной частицы), которое определяется кулоновским потенциалом qZe/r . При малой энергии частиц, когда из-за отталкивания она не в состоянии достаточно близко подойти к ядру и проникнуть глубоко в электронную оболочку атома, начинает сказываться экранирующее действие электронной оболочки. Причем чем дальше от ядра пролетает частица, тем сильнее сказывается экранирование.

Из статистической независимости отдельных актов рассеяния следует, что средний квадрат угла рассеяния после многих столкновений равен сумме средних квадратов углов рассеяния $\overline{\Theta_i^2}$ в отдельных столкновениях. Вычисление $\overline{\Theta_i^2}$ в отдельном столкновении с использованием формулы Резерфорда и общего числа столкновений в слое толщиной X позволяет получить зависимость:

$$\overline{\Theta_i^2} \sim \frac{q^2 Z^2}{AE^2} \rho x \quad (4)$$

Средний угол многократного рассеяния растет с увеличением атомного номера ядер-рассеивателей и с уменьшением энергии частиц.

Полный путь, проходимый частицей с начальной энергией E_0 в веществе до того, как ее скорость не станет равной тепловой, определяется соотношением:

$$\overline{R}_0(E_0) = \int_{E_0}^0 \frac{dE}{dE/dx} = \int_0^{E_0} \frac{dE}{-dE/dx} \quad (5)$$

где $\left(-\frac{dE}{dx}\right)$ – полные удельные потери энергии за счет всех механизмов взаимодействия – неупругого взаимодействия с атомами (ионизационные потери), упругого рассеяния в кулоновском поле ядра и в поле ядерных сил, упругого рассеяния в экранированном поле атома и, наконец, неупругих ядерных взаимодействий при больших энергиях частиц. Если ограничиться областью энергий до 2 MeV , то вкладом неупругого ядерного взаимодействия в потери энергии можно пренебречь. Потери энергии за счет упругого рассеяния составляют достаточно малую долю от ионизационных потерь ($\sim 7,1\%$).

Электромагнитное упругое взаимодействие с ядрами атомов служит основной причиной рассеяния протонов. В результате актов рассеяния протоны отклоняются от направления первоначального движения. Угловое распределение таких частиц описывается известной формулой Резерфорда для дифференциального сечения упругого рассеяния:

$$\sigma = \frac{(Z_p Z_{nuc} r_e)^2}{4} \left(\frac{m_e c^2}{E_p}\right)^2 \left(\frac{m_p + m_{nuc}}{m_{nuc}}\right)^2 \frac{1}{(1 + 2\eta - \cos\theta_s)^2} \quad (6)$$

где m_{nuc} и Z_{nuc} – масса и заряд ядра соответственно; Z_p – заряд протона; η – параметр экранирования; θ_s – угол рассеяния протона [5].

Пробеги частиц одного сорта и с одной начальной энергией несколько отличаются. Разброс величины пробегов около среднего значения обусловлен статистическим характером потерь энергии каждой частицей в отдельных актах взаимодействия с электронами.

Электромагнитное излучение возникает при торможении. Из электродинамики следует, что заряд, движущийся с ускорением, излучает энергию пропорционально квадрату ускорения. В кулоновском поле ускорение пропорционально заряду и обратно пропорционально массе частицы. Следовательно, энергия тормозного излучения пропорциональна квадрату атомного номера тормозящего вещества и обратно пропорциональна квадрату массы частицы.

Черенковское излучение возникает в среде, когда заряд движется со скоростью, большей скорости света в этой среде. Потери энергии на черенковское излучение задаются выражением:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{чер}} = \frac{4\pi^2 z^2 e^2}{c^2} \int_{\beta n > 1} \left(1 - \frac{1}{n^2 \beta^2}\right) \quad (7)$$

Переходное излучение возникает при пересечении зарядом границы раздела вакуума со средой или границы раздела двух разных сред. В отличие от черенковского, переходное излучение не имеет порога и будет возникать при

любых скоростях частицы, хотя его интенсивность растет с ростом энергии частицы. Более того, не обязательно, чтобы граница была резкой. Электрон, движущийся в среде с показателем преломления, медленно меняющимся вдоль траектории электрона, будет излучать непрерывно, если даже его скорость меньше пороговой в обычном эффекте Черенкова. При высоких энергиях излучающей частицы её потери энергии на переходное определяются выражением:

$$E_{\text{пер}} \approx \frac{e^2 \omega_0}{c^2} \frac{E}{m_0 c^2} \quad (8)$$

где $\omega_0 = \frac{4\pi n e^2}{m}$, n – концентрация электронов в среде, m – масса электрона, m_0 – масса излучающей частицы, E – энергия излучающей частицы.

Заряженная частица, проходящая вблизи ядра или электрона, испытывает ускорение, а следовательно, излучает энергию. Потерянная частицей на излучение энергия обратно пропорциональна квадрату массы частицы. Радиационные потери при высоких энергиях растут пропорционально энергии. Если коэффициент пропорциональности обозначить $1/X$, то можно написать:

$$E = E_0 \exp \frac{-x}{X} \quad (9)$$

Таким образом если частица теряет энергию в основном на излучение, то ее энергия по мере прохождения через вещество изменяется по экспоненциальному закону.[5]

В результате однократного торможения в поле ядра электрон излучает гамма-квант высокой энергии, который, пролетев некоторый путь в веществе, может образовать электронно-позитронную пару. В веществе образование пары происходит в поле ядра или в поле электрона. Если образование пары происходит в поле ядра, то отдача ядра крайне незначительна, и для кинетической энергии возникающих частиц (E_- – электрона и E_+ – позитрона) можно написать:

$$E_- + E_+ = h\nu + 2m_e c^2 \quad (10)$$

где $2m_e c^2$ – энергия, затраченная на образование двух масс.

Формула для дифференциального эффективного поперечного сечения рассеяния нерелятивистских заряженных частиц в телесный угол Ω в кулоновском поле другой неподвижной заряженной частицы или ядра (СЦИ) записывается следующим образом:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2mv^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (11)$$

где Z_1 и Z_2 – заряды налетающей частицы и мишени, m , v – масса и скорость налетающей частицы, θ – двумерный угол рассеяния, e – элементарный заряд, $d\sigma$ – дифференциальное сечение, Ω – телесный угол.

Вероятность ядерных реакций составляет $\sim 7\%$ от вероятности ионизационных взаимодействий для 2 MeV протонов при $T_e^{\text{min}} = 0,1\text{ MeV}$. С

увеличением энергии это соотношение уменьшается, например, для 200MeV протонов она меньше 1%. Поэтому иногда ядерные взаимодействия рассматриваются как поправка к электромагнитным процессам. Таким образом основными потерями энергии являются потери на ионизацию. [5]

Geant4 и моделирование взаимодействия с веществом.

Geant4 – это пакет библиотек для моделирования процессов взаимодействия с веществом. Объектно-ориентированный пакет библиотек GEANT4 разработан международной научной коллаборацией в Европейской лаборатории физики частиц (CERN – Conseil Européen pour la Recherche Nucleaire, Европейская организация ядерных исследований) и предназначен для моделирования взаимодействия излучения с веществом. Встроенные средства GEANT4 позволяют полностью описать физический эксперимент: геометрию системы, химический состав образующих его материалов, типы частиц, участвующих в эксперименте, и физические процессы управляющие взаимодействием частиц.

GEANT4 представляет объектно-ориентированную библиотеку программ на языке C++, включающую в себя описание всех известных частиц и физических процессов, протекающих при взаимодействии излучения с веществом. [5]

Использование объектно-ориентированной технологии программирования позволяет достигнуть прозрачности при создании различных модулей программы моделирования. Например, способ, которым вычисляются сечения взаимодействия, полностью отделен от способа, которым эти сечения используются, что позволяет легко изменить или расширить физическую модель интересующих нас взаимодействий.

Пакет состоит из набора классов, которые можно разделить на следующие категории:

- глобальный (global) – содержит систему единиц, констант, генерацию случайных чисел;
- материалы и частицы (materials & particles) – реализует функции необходимые для описания физических свойств частиц и материалов;
- геометрия (geometry) – реализует описание геометрии системы и эффективности распространения частиц через объекты системы;
- процессы (processes) – содержит модели физических взаимодействий: электромагнитных и адронных;
- треки (track) – реализует функции необходимые для вычисления треков частиц, и передачи требуемой информации чувствительным объемам (детекторам);
- события (events) – управление событиями (запуском начальной частицы и управление всеми образовавшимися вторичными частицами);
- запуск (run) – управление группой событий происходящих при одной и той же конфигурации геометрии системы.

Причем, все классы реализуют заложенную в них базовую функциональность. Это значит что программисту использующему библиотеки GEANT4 необходимо изменять лишь те классы, которые своей начальной функциональностью не соответствуют моделируемой задаче. На практике это значит, что всегда нужно изменять классы ответственные за геометрию системы и применяемые материалы, описание используемых частиц и взаимодействий, сбор данных моделирования, но практически никогда не требуется изменять классы, реализующие самый трудоемкий (в плане программирования) процесс – непосредственный процесс пролета частиц и их взаимодействие с веществом.

Работа программы проходит следующим образом: конструируется геометрия системы, вычисляются сечения взаимодействия всех используемых частиц со всеми используемыми материалами, затем происходит запуск требуемого числа частиц. Далее идет последовательная обработка движения каждой из частиц – создание трека. При этом движение частицы разбивается на малые шаги. На каждом шаге движения по рассчитанной ранее таблице сечений происходит выбор одного из заданных процессов взаимодействия и его реализация, движение идет до полной потери частицей кинетической энергии. Если в процессе взаимодействия образуется вторичная частица, то далее идет создание ее трека по тем же самым принципам, а затем возврат к первичной частице. Моделирование идет до тех пор, пока не будут обработаны все частицы. На каждом из основных этапов может быть вызвана заданная программистом функция, при этом ей доступна полная информация о состоянии частицы: ее координаты, импульс, потери энергии на последнем шаге и многое другое.

Результаты

Таблица 1

Доля различных элементов в теле человека

Элемент	Масса данного элемента в теле человека (кг)	Массовый состав тела человека (%)
Кислород	30,481	61
Углерод	11,531	24
Водород	5	10
Азот	1,3	3

Для моделирования биологической среды использовался химический состав приведенный в таблице 1, плотность изучаемого биологического объекта $1,29 \text{ г/см}^3$. Размеры изучаемого объекта были взяты равными 50 мкм, что является усредненным размером биологической клетки в организме человека.

Блок-схема работы программы Geant4 для данной задачи представлена ниже (Рис.2). Алгоритм программы таков что наличие начальной частицы обязательно, в противном случае программа заикнется.

На блок-схеме продемонстрировано только вывод информации на основных этапах для данной задачи. Расчет глубины проникновения протона в ткань проводился за счет исключения учета вторичных частиц.

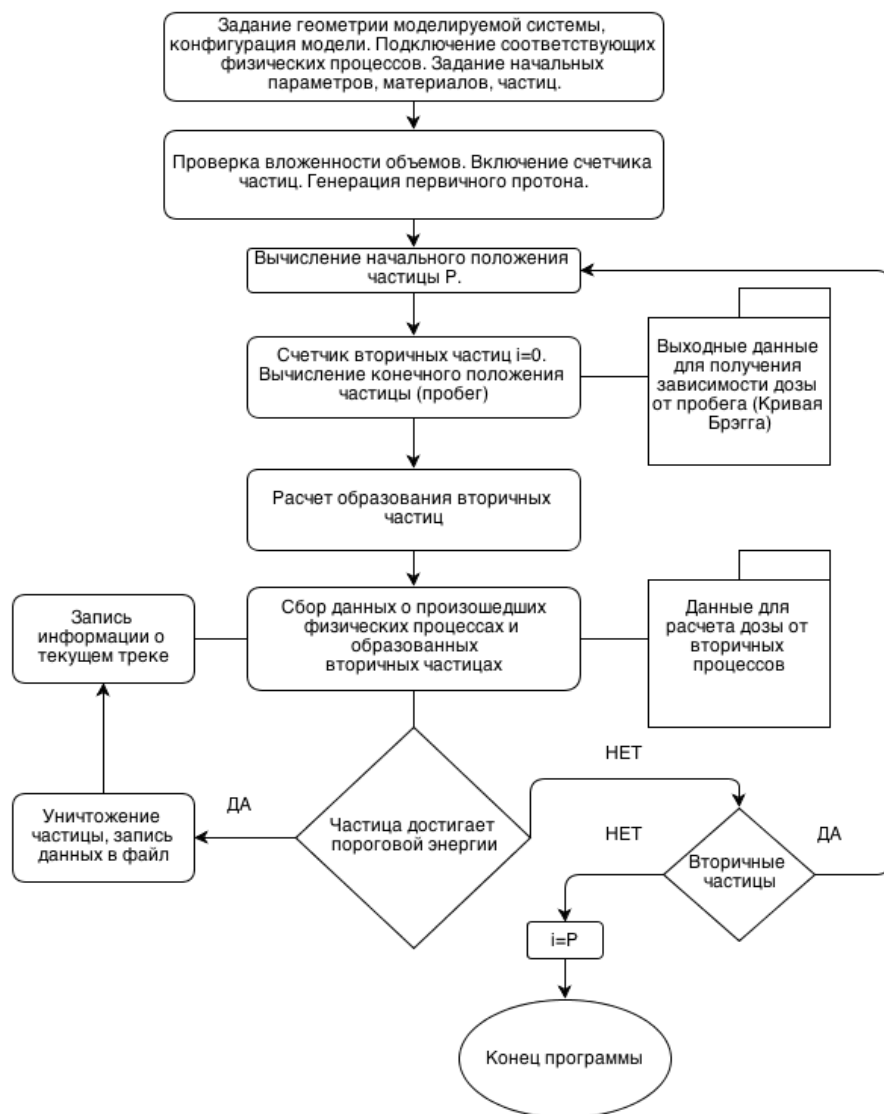


Рис. 2. Блок-схема работы программы Geant4

Была получена зависимость глубины проникновения в мишень от энергии протона. Общая картина видна на рисунке 3. Стоит обратить внимание на характер кривой в области энергий 1-2 MeV.

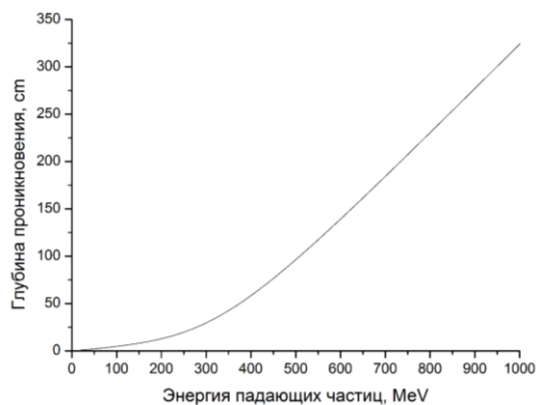


Рис. 3. Зависимость глубины проникновения от энергии падающих частиц

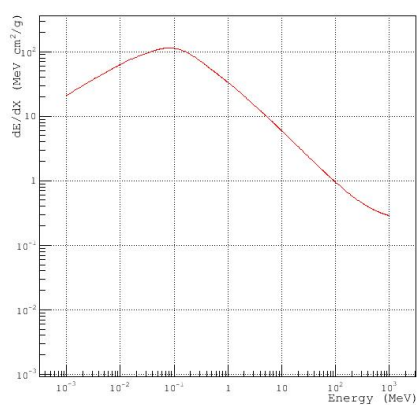


Рис. 4. Тормозная способность биологической среды

Далее будет продемонстрировано на сколько глубоко будет проникать частица с столь малыми энергиями.

Не менее важным было исследовать тормозную способность в рамках данной модели. Тормозная способность вещества - энергия, теряемая заряженной частицей в слое данного вещества единичной толщины. Энергия теряется за счёт возбуждения и ионизации атомов вещества. График тормозной способности приведен ниже (Рис. 4).

Для подтверждения правильности работы программы было проведено сравнение с результатами исследований GSI (Рис. 5). В данном случае биологическая среда была заменена на воду. Её часто используют как эквивалент биологической среды.

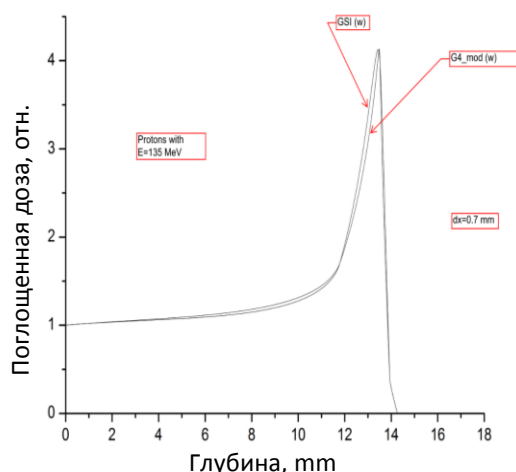


Рис. 5. Сравнение и проверка результатов моделирования

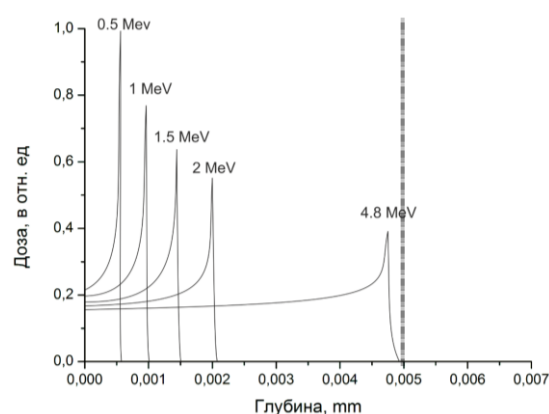


Рис. 6. Моделирование для одиночной клетки

Энергия налетающих протонов была равна 135 MeV . Расположение пиков Брэгга смещено на достаточно малое расстояние $dx = 0,7 \text{ mm}$. Это смещение достаточно мало по отношению к общей глубине проникновения протона. После более подробного анализа кривой Брэгга были сделаны выводы о правильности моделирования.

Моделирование для биологической клетки продемонстрированы на графике (Рис. 6). Была исследована зависимость расположения пика Брэгга от начальной энергии протона.

На этом этапе моделирование было проведено на объекте соразмерном с биологической клеткой человека для энергий протонов 0,5; 1; 1,5; 2 MeV. График демонстрирует изменение положения пика Брэгга в зависимости от энергии налетающей частицы. Также видны различия между дозами. В рамках этой работы подробно не рассматривалось формирование дозы. На графике речь идет о полной поглощенной дозе с учетом вторичных процессов. Роль вторичных процессов в формировании поглощенной дозы будет исследована в дальнейших работах.

Пунктирной линией обозначена граница биологической клетки, для которой построена отдельная кривая, полученная при начальной энергии протона 4,8 MeV.

Выводы

В данной работе исследована зависимость дозы от длины пробега частицы в биологической среде. Для этого была разработана модель и проведено моделирование с помощью пакета Geant4. Главным образом исследования проводились на объекте размеры и физико-химические свойства которого соответствовали биологической клетке человеческого организма. Данные полученные в работе будут использованы для дальнейших исследований в этой области. Следующим этапом работ должно быть изучение роли вторичных процессов в формируемой дозе при взаимодействии одиночного протона с биологической средой, модель которой должна учитывать различные типы клеток организма.

Література

1. B.Gottschalk, R.Platais, H.Paganetti. Nuclear interaction of 160 Me protons stopping in copper: a test of Monte Carlo nuclear models. Med.Phys. 26, 1999.
2. M.Goitein, G.T.Y.Chen. Beam scanning for heavy charged particle radiotherapy. Med.Phys.10, 831,1983.
3. W.T.Chu, B.A.Ludewigt, T.R.Renner. Instrumentation for treatment of cancer using proton and light-ion beams. Rev.Sci.Instrum. 64 2055, 1993.
4. <http://gsi.de/>
5. <http://geant4.cern.ch/>

Анотація. Люльченко С.О. Комп'ютерне моделювання взаємодії одиночних іонів з біологічними середовищами за допомогою Geant4. Створена модель для дослідження взаємодії протонів з біологічним середовищем. За допомогою пакету Geant4 було проведено моделювання взаємодії протонів з біологічним середовищем, яке являє собою еквівалент біологічної клітини організму людини. Отримано залежність поглинутої дози від глибини проникнення протона для 0,5; 1; 1,5; 2 MeV. Аналогічні залежності отримано для межі біологічної клітини.

Ключові слова: Geant4, моделювання, модель, біологічне середовище, одиночний іон, поглинута доза.

Аннотация. Люльченко С.А. Компьютерное моделирование взаимодействия одиночных ионов с биологическими средами с помощью Geant4. Создана модель для изучения взаимодействия протонов с биологической средой. С помощью пакета Geant4 было проведено моделирование взаимодействия протонов с биологической среды эквивалентной одной биологической клетке человека. Получены зависимости поглощенной дозы от глубины проникновения

протона для 0,5; 1; 1,5; 2 MeV. Исследована аналогичная зависимость на границе клетке.

Ключевые слова: Geant4, моделирование, модель, биологическая среда, одиночный ион, поглощенная доза.

Summary. Lyulchenko S. Computer simulation of the interaction of single ions with biological environments using GEANT4. A model for studying the interaction of protons with biological environment. Package Geant4 was simulated interaction of protons with the biological environment of the biological equivalent of one human cell. The absorbed dose-depth dependence for 0.5, 1, 1.5, 2 MeV proton penetration. Investigated a similar dependence on the boundary of the cell.

Key words: Geant4, Computer simulation, model, biological environments, single ions, absorbed dose.

УДК 539.165

І.В. Могильний

*Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка***ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК β -РОЗПАДУ**

Мета даної роботи:

- Проаналізувати стан дослідження бета-розпаду та подвійного бета-розпаду на основі сучасних уявлень про будову ядра.
- Дослідити експериментальним шляхом основні характеристики β -розпаду.
- Розглянути різні типи β -розпаду, включаючи подвійний бета-розпад та його різновиди (з випусканням антинейтрино та безнейтринний (проблема існування маси у нейтрино)).

На відміну від α - та γ -випромінювань, що випускаються радіоактивними ядрами, β -випромінювання характеризується неперервним енергетичним спектром. Типовий розподіл енергії зображено на рис.1.

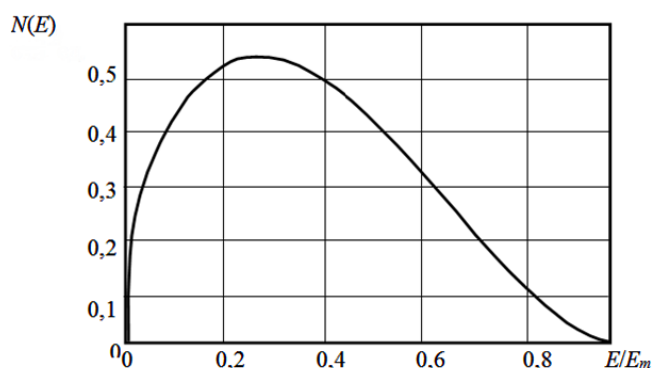


Рис. 1. Типовий бета-спектр

Сpektри всіх β -випромінювачів подібні і відрізняються лише максимальним значенням енергії, або верхньою межею, яка для різних ізотопів знаходиться від 18 кеВ до 16,6 МеВ.

Відомо, що викидання β -частинки є результатом квантового переходу протона в нейтрон або нейтрона в протон, подібно до того, як випромінювання фотона атомом є результатом переходу електрона між двома квантовими станами. Особливість β -розпаду полягає в утворенні поряд з електроном (позитроном) нейтрино, яке забирає частину енергії, що вивільнилась в акті розпаду. Якщо β -перетворення відбувається з нормального енергетичного стану материнського ядра на нормальний рівень дочірнього ядра, то спектр називають простим. У багатьох випадках дочірнє ядро утворюється в збудженому стані і його перехід у нормальний стан завершується випусканням γ -фотона. Крім того, існують ядра у яких при β -перетворенні виявляються два канали розпаду, кожний з яких веде до свого певного енергетичного рівня дочірнього ядра. Отже β -спектри дають змогу

вивчати енергетичні рівні ядер. У випадку β -спектрів внаслідок утворення двох частинок для визначення рівнів ядер треба користуватись значенням максимальної енергії спектра. Граничну енергію можна визначити методами поглинання [5].

Один з методів поглинання ґрунтується на аналізі кривої поглинання β -частинок у речовині. Якщо через поглинач пропускати потік частинок, то внаслідок розсіювання електронів з низькою енергією та вибування їх з потоку розподіл електронів по товщині шару поглинача має досить складний характер. У першому наближенні залежність інтенсивності потоку β -частинок від товщини поглинача дається експоненціальною залежністю:

$$I_x = I_0 e^{(-\mu \rho d)}, \quad (1)$$

де I_0 —інтенсивність падаючого на поглинач потоку; I_x —інтенсивність потоку після проходження шару поглинача товщиною d ; μ —масовий коефіцієнт послаблення; ρ —густина речовини [2].

Величину ρd (кг/м²) називають масовою товщиною поглинаючого шару. Вона є досить зручною мірою відстаней у поглинаючому середовищі. При повному поглинанні потоку β -випромінювання у даній речовині значення $d_{\max}$ називають пробігом частинки. Пробіг $d_{\max}$ визначається максимальною енергією спектра частинок та фізико-хімічними особливостями поглинаючої речовини. Величину $\rho d_{\max}$ називають ефективним масовим пробігом. Вона майже не залежить від роду поглинача і зручна для визначення граничної енергії β -спектра. Їх зв'язок дається такими емпіричними залежностями:

$$R = 0,54 E_{\max} - 0,13 \text{ для } 0,8 < E < 3 \text{ MeV} \quad (2)$$

$$R = 0,41 E_{\max} - 1,4 \text{ для } 0,15 < E < 0,8 \text{ MeV}, \quad (3)$$

В цих залежностях R вимірюється в грамах на квадратний сантиметр, а E — в мегаелектронвольтах.

Для експериментального визначення $E_{\max}$ між джерелом β -випромінювання та лічильником Гейгера-Мюллера розміщують алюмінієві або мідні пластини певної товщини і при досягненні $d = d_{\max}$ інтенсивність бета-потіку стає рівною нулю і лічильник фіксує лише фон. Побудувавши криву залежності між швидкістю лічби частинок і товщиною шару поглинача, можна визначити R . Визначення R ускладнюється тим, що форма β -спектра поблизу граничного значення енергії наближається до осі d , тобто не має чіткої межі. Для усунення цього варто побудувати графік у напівлогарифмічному масштабі: $\lg n = f(d)$ [3].

Більш точний метод визначення $E_{\max}$ полягає у визначенні товщин шару поглинача, при яких інтенсивність потоку β -частинок зменшується у 2^n разів ($n=1,2,3,\dots$). Гранична енергія визначається за допомогою номограми. Вздовж осі абсцис відкладено товщину шару алюмінію, яка зменшує інтенсивність потоку в $2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^n$ разів, а вздовж осі ординат—граничну енергію. Для визначення граничної енергії цим методом треба знайти (за допомогою кривої поглинання) товщини, при яких інтенсивність спадає у 2, 4, 8... разів, і за графіком знайти значення $E_{\max}$. Використовуючи ці значення, будують графік і дістають криву з

горизонтальною асимптотою. Ордината цієї асимптоти і визначає граничне значення енергії β -спектра.

	N фон	0	0,43	0,68	0,93	1,62	2,27	2,73	3,14
імп. за 100 с.	319	17218	5540	3580	2659	1413	603	522	410
	279	17659	5475	3560	2598	1417	565	528	417
	314	17541	5505	3542	2765	1438	649	505	387
	348	18131	5243	3509	2849	1466	700	434	377
	387	18004	5388	3594	2900	1497	758	410	420
Середнє	329,4	17710,6	5430,2	3557	2754,2	1446,2	655	479,8	402,2
Імп. за с.	3,294	177,106	54,302	35,57	27,542	14,462	6,55	4,798	4,022
	Ln	5,18	3,99	3,57	3,32	2,67	1,88	1,57	1,39

Рис. 2. Експериментально отримані результати

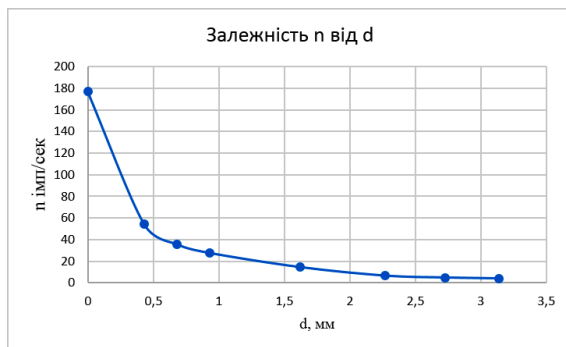


Рис. 3. Експериментально отриманий графік залежності n від d

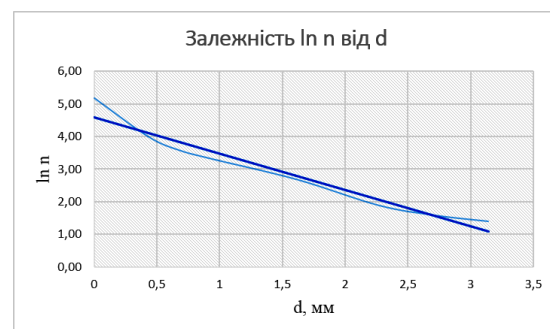


Рис. 4. Експериментально отриманий графік залежності $\ln n$ від d

Бета-розпад і всі його різновиди цікаві самі по собі своїм механізмом – проявом слабких ядерних сил взаємодії. У сучасному представленні схема розпаду показана на рис. 5.

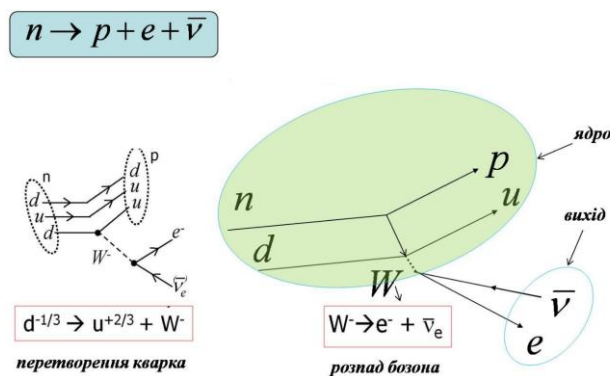


Рис. 5. Сучасне уявлення бета-розпаду

Теорія β -розпаду була створена в 1933 році Е. Фермі, який використав гіпотезу В. Паулі про народження в β -розпаді нейтральної частинки, що має близьку до нуля масу спокою і названої нейтрино $\bar{\nu}$. Фермі показав, що β -розпад зумовлений новим типом взаємодії частинок в природі – «слабкою» взаємодією і пов'язаний з процесами перетворення в материнському ядрі нейтрона в протон з випусканням електрона e^- і антинейтрино $\bar{\nu}$ (β^- -розпад), протона в нейтрон з

випусканням позитрона e^+ і нейтрино $\bar{\nu}$ (β^+ -розпад), а також із захопленням протоном атомного електрона і випусканням нейтрино (електронне захоплення).

До 1958 року ця теорія була узагальнена в універсальну чотирьохферміонну теорію слабких взаємодій, згідно якої, елементарний процес слабкої взаємодії є локальною взаємодією чотирьох ферміонів, тобто частинок з напівцілими спінами. На даний момент процеси, як слабкої, так і електромагнітної взаємодії знаходять пояснення в новій теорії – об'єднаній теорії електрослабких взаємодій. Згідно цієї теорії, слабка взаємодія здійснюється шляхом обміну віртуальними проміжними бозонами. Взаємодія, що призводить до β -розпаду мала, в порівнянні з взаємодією, яка формує стани ядра.

В рамках цієї роботи ми також розглянемо подвійний бета-розпад.

У 1933 році Е. Фермі сформулював теорію бета-розпаду. Вже через рік М. Гепперт-Майєр вказала на можливість існування подвійного бета-розпаду [1;6]. Подальший розвиток ядерної фізики показав, що якщо число ядер, які розпадаються по звичайних каналах поодиноких електронного і позитронного бета-перетворень дуже велике, то прикладів подвійного бета-розпаду, відомих до цього часу, всього декілька.

В деяких випадках, коли для парно-парних ядер неможливий бета-розпад на непарно-непарне ядро, виявляється енергетично можливим перехід із зміною Z на дві одиниці – подвійний бета-розпад. Очікувалося, що радіонукліди, що розпадаються по подвійному бета-розпаду матимуть дуже великі періоди напіврозпаду. Експеримент підтвердив це припущення.

Так у ізотопів ^{128}Te і ^{130}Te (їх вміст в природній суміші цього елемента 31.7% і 33.8% відповідно) імовірність подвійного бета-розпаду дуже мала, періоди напіврозпаду $T_{1/2}(^{128}\text{Te}) = 7.7 \cdot 10^{28}$ років, $T_{1/2}(^{130}\text{Te}) = 2.7 \cdot 10^{21}$ років.

Теорія передбачає можливість двох видів подвійного β -розпаду. Перший – звичайний тип з випусканням антинейтрино: ${}^AZ \rightarrow {}^A(Z-2) + 2e^- + 2\bar{\nu}$

Другий – більш екзотичний – безнейтринний: ${}^AZ \rightarrow {}^A(Z-2) + 2e^-$

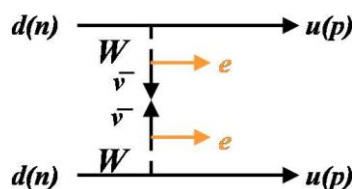


Рис. 6. Схема безнейтринного розпаду

На сьогоднішній день достовірно встановлена наявність лише двонейтринного подвійного бета-розпаду, що допускається класичною теорією і тому не представляє особливого інтересу. До теперішнього часу $2\beta 2\nu$ розпад виявлений в 10 ядрах: ^{48}Ca , ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{96}Zr , ^{100}Mo , ^{116}Cd , ^{128}Te , ^{130}Te , ^{150}Nd , ^{238}U [7].

Достовірних спостережень безнейтринних 2β -процесів на сьогодні не існує, проте нижні обмеження на період напіврозпаду по цьому каналу для різних

ядер досягають 10^{25} років. Це відповідає верхньому обмеженню на майоранівську масу нейтрино близько 0,4 еВ. Крім того, обмеження на імовірність безнейтринного 2β -розпаду дозволяють встановити обмеження на інші параметри теорії, наприклад на константи зв'язку правих лептонних і кваркових струмів в слабкій взаємодії, константи зв'язку нейтрино з майораном, деякі параметри суперсиметричних моделей.

У світі діє або будуються близько десятка великих підземних детекторів, призначених для пошуку безнейтринного подвійного бета-розпаду: NEMO-3, Genius, Cuore, Majorana і т. д.

Виявлення хоч би одного прикладу безнейтринної моди означатиме необхідність перегляду положень стандартної моделі. Доведено, що для здійснення безнейтринного 2β -розпаду необхідно, щоб нейтрино було майоранавською частинкою (тобто було власною античастинкою), і нейтрино мало масу.

Значна увага до цього питання існує з наступних причин:

Вивчення подвійного бета-розпаду – один із способів встановлення наявності, або відсутності маси спокою у нейтрино. Цей фактор дуже важливий для вибору космологічного сценарію еволюції нашого всесвіту у далекому майбутньому, тісно зв'язаного з проблемою прихованої маси, питанням про гравітаційну стійкість скупчень галактик і рядом інших. Необхідно відмітити, що існування маси спокою у нейтрино потрібне для можливості осциляцій нейтрино, що можуть, зокрема, пояснити менший потік сонячних електронних нейтрино, ніж теоретично передбачуваний, якщо виходити з безмасовості цих частинок.

Досліджуючи безнейтринний подвійний бета-розпад, можна перевірити закон збереження лептонного заряду. Тільки через цю моду розпаду можна виявити природу маси нейтрино, якщо така є. Якісне питання про цю масу не менш важливе, ніж кількісне.

Одними з найбільш продуктивних вважаються експерименти з ізотопом ^{76}Ge . В 1994 році була зроблена спроба виявлення безнейтринного подвійного бета-розпаду згаданого вище ізотопу ^{130}Te . [1]

В 2001 році, після ретельного аналізу даних і тривалих самоперевірок, професор Клапдор-Кляйнротхауз показав всьому світу перший сигнал від безнейтринного подвійного бета-розпаду германію і тим самим першим висловив твердження про те, що нейтрино – це масивні майоранівські частинки і повне лептонне число не зберігається. Важливість цих тверджень неможливо переоцінити. Після трьох років додаткових і ще ретельніших досліджень в 2004 році рівень достовірності сигналу був доведений до величини в 6 стандартних відхилень (значно більше того, що було отримано в перших експериментах по виявленню нейтринних осциляцій). Значення ефективної маси нейтрино було оцінене рівним $0,22 \pm 0,02$ еВ. Тут слід підкреслити, що воно було отримане в припущенні про масовий механізм безнейтринного подвійного бета-розпаду і

повній відсутності яких-небудь інших механізмів, таких, наприклад, як вклад правих струмів, лептокварків або суперсиметрії.

Унікальні за своїми параметрами германієві детектори експеримента Гейдельберг-Москва дуже добре підходили для проведення прямого пошуку частинок темної матерії в наземних умовах. Завдяки цьому професор Клапдор став займатися експериментальними і теоретичними дослідженнями з проблем темної матерії. Більше того, в 1997 році він запропонував нову концепцію експерименту GENIUS (Germanium in Nitrogen Underground Search), який мав велику масу, низький фон, займав великий об'єм і був націлений на одночасний пошук безнейтринного бета-розпаду, темної матерії і реєстрацію сонячних нейтрино низьких енергій. Ця ідея була виключно нова, і для її перевірки в Гран Сассо в 2003 році був запущений експеримент GENIUS-TF (прототип проекту GENIUS) з шістьма германієвими детекторами абсолютно нової конфігурації в рідкому азоті.

Інший невеликий експеримент Клапдора – HDMS (Heidelberg Dark Matter Search) також проводився в Гран Сассо з 2000 по 2005 роки. Його особливістю було використання, з метою подавлення фону, в одній установці двох різних ізотопів германію (високоспінового Ge-73 і натурального германію). Завдяки своїй унікальній архітектурі і ретельності проведеного аналізу цей експеримент довгий час був першим по чутливості до залежної від спіна ядра взаємодії частинок темної матерії з нейтронами.

Не дивлячись на величезний інтерес до цього питання і прикладені зусилля, даних із виявлення безнейтринного бета-розпаду немає [4].

Література

1. Бекман И.Н. Ядерная физика. Явление радиоактивности, лекции 7-9.
2. Дущенко В.П. Фізичний практикум під редакцією, ч.2. – К.: Вища школа, 1984. – С. 238-241.
3. Загальна фізика. Лабораторний практикум. – К.: Вища школа, 1992. – С. 467-471, 477-480.
4. Коваленко В.Э. Исследование процессов двойного бета-распада ^{100}Mo в эксперименте NEMO3. – Дубна, 2006.
5. Кучерук І.М., Дущенко В.П., Загальна фізика, Оптика, Квантова фізика. Розділ 15. – К.: Вища школа, 1991.
6. Шершаков В.В. Двойной бета-распад: реферат. [Электронный ресурс] / МГУ им. М.В. Ломоносова. Кафедра общей ядерной физики. Режим доступа: <http://nuclphys.sinp.msu.ru/students/dbd.htm>, свободный.
7. Double beta decay experiments: past and present achievements by A.S. Barabash ITER, Moscow, 2006.

Анотація. Могильний І.В. Експериментальне дослідження характеристик β -розпаду. Робота присвячена дослідженню основних характеристик бета-

розпаду, а також аналізу стану дослідження бета-розпаду та подвійного бета-розпаду на основі сучасних уявлень про будову ядра.

Ключові слова: бета-спектр, гранична енергія бета-спектра, стандартна модель, метод поглинання, нейтрино.

Аннотация. Могильный И.В. Экспериментальное исследование характеристик β -распада. Работа посвящена исследованию основных характеристик бета-распада, а также анализу состояния исследования бета-распада и двойного бета-распада на основе современных представлений о строении ядра.

Ключевые слова: бета-спектр, предельная энергия бета-спектра, стандартная модель, метод поглощения, нейтрино.

Summary. Mogilny I. Experimental research of the characteristics of the β -decay. The work is devoted to the research of the basic characteristics of beta decay, and analysis of research of beta decay and double beta decay based on modern concepts of the structure of the nucleus.

Key words: beta spectr, the maximum energy of the beta spectrum, the standard model, the method of absorption, neutrino.

УДК 371.315.6:51

І.М. Новак*Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка***ІННОВАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ВИКЛАДАННЯ ФІЗИКИ**

Світ останнім часом невідомо змінюється і продовжує змінюватися. Двадцять перше століття кидає виклик усьому, що нас оточує. Сучасний світ змінюється настільки швидко, що в межах життя одного покоління відбуваються кардинальні зміни, які стосуються всіх сторін існування людини. У контексті євроінтеграційних освітніх процесів особливої актуальності набуває питання щодо застосування методів навчання, спрямованих на формування компетентного школяра. Адже «людина освічена та, яка знає, де знайти те, чого вона не знає». «Навчання» стає категорією, яка супроводжує людину протягом усього життя.

Як зазначається в Національній доктрині розвитку освіти України у ХХІ столітті, одним з пріоритетів розвитку освіти є впровадження сучасних технологій, які розширюють можливості учнів щодо якісного формування системи знань, умінь і навичок, їх застосування у практичній діяльності, сприяють розвитку інтелектуальних здібностей до самонавчання, створюють сприятливі умови для навчальної діяльності учнів і вчителя. [1]

Сучасні вимоги суспільства до освіти примушують фахівців у багатьох країнах світу переглянути якість і рівень шкільної освіти, що зумовило необхідність її реформування. Змінюються цілі та завдання, що поставили перед сучасною освітою в інформаційному суспільстві, поступово на зміну традиційній системі навчання приходить особистісно-орієнтована, традиційні методи змінюються інноваційними, що передбачають зміщення акцентів у навчальній діяльності, її спрямування на інтелектуальний розвиток учнів за рахунок зменшення долі репродуктивної діяльності.

У наш час у педагогіці широкого використання набули терміни: «освітня технологія», «педагогічна технологія», «технологія навчання», проте єдиного тлумачення цих понять немає. Поняття «технології» увійшло в повсякденний педагогічний лексикон з початку 1990-х рр. Технологія – це форма реалізації людського інтелекту, сфокусованого на розв’язанні суттєвих проблем буття. У словниках іншомовних слів: технологія – «сукупність знань про способи й засоби здійснення виробничих процесів». [3,148]

Наприкінці 90-х років ХХ століття в педагогічній літературі з’явився новий термін — «інноваційна технологія». Термін «інновація» означає внесення в навчальний процес нового (факти, методи, прийоми), що покращує діючу систему освіти.

Інноваційна освітня технологія – сукупність форм, методів і засобів навчання, виховання та управління, об’єднаних єдиною метою; добір операційних

дій педагога з учнем, у результаті яких суттєво покращується мотивація учнів до навчального процесу.

Найбільш відомі такі інноваційні технології навчання, які використовуються при викладанні фізики, як технологія особистісно зорієнтованого навчання, технологія проблемного навчання, технологія розвивального навчання, ігрові технології навчання, технологія розвитку критичного мислення, технологія інтерактивного навчання, інформаційні технології, проектна технологія. Розглянемо детальніше деякі з них.

Однією з інноваційних технологій загально-педагогічного характеру, які впроваджуються в сучасних школах є технологія особистісно зорієнтованого навчання. **Особистісно зорієнтоване навчання** – організація процесу навчання, в основі якої лежить визнання індивідуальності, самотності, самоцінності кожної людини, що вимагає забезпечення розвитку і саморозвитку особистості учня виходячи із виявлення його індивідуального, неповторного, суб'єктивного досвіду, здібностей, інтересів, ціннісних орієнтацій, можливостей реалізувати себе в пізнанні, навчальній діяльності, поведінці. Мета даної технології полягає в тому, щоб:

- визначити життєвий досвід кожного учня, рівень інтелекту, пізнавальні здібності, інтереси, якісні характеристики, які спочатку треба розкрити, а потім розвинути в навчальному процесі;
- формувати позитивну мотивацію учнів до пізнавальної діяльності, потребу в самопізнанні, самореалізації та самовдосконаленні школярів у межах соціокультурних та моральних цінностей нації;
- озброїти учнів механізмами адаптації, саморегуляції, самозахисту, самовиконання, необхідним для становлення самотньої сучасної людини, здатної вести конструктивний діалог з іншими людьми, природою, культурою та цивілізацією в цілому.

Технологія розвивального навчання – це активно-діяльнісний спосіб навчання, під час якого враховуються та використовуються природні закономірності індивідуального розвитку дитини, що зумовлюють розвиток знань, умінь, навичок і способів розумових дій, скерованих механізмів особистості, емоційно-ціннісної та діяльнісно-практичної сфер. Ця технологія ставить на меті загальний розвиток учня, його інтелектуальних можливостей, почуттів, умінь вчитися та спілкуватися, формування творчої особистості.

Проектна технологія – це інноваційна форма роботи організації освітнього середовища, в основі якої лежить комплексний характер діяльності тимчасового колективу спеціалістів в умовах активної взаємодії з навколишнім середовищем. Це сукупність певних дій, документів, текстів, призначених для створення реального об'єкта, предмета, різного роду теоретичного чи практичного продукту.

У основі методу проектів лежить розвиток учнівських пізнавальних навичок, умінь самотійно конструювати свої знання та орієнтуватися в

інформаційному просторі, розвиток критичного мислення, формування навичок мислення високого рівня.

Метод проектів завжди орієнтований на самостійність учнів – індивідуальну, парну, групову, – яку вони здійснюють упродовж певного часу; допускає можливість розв'язування певної проблеми; у ньому передбачається, з одного боку, необхідність використання різноманітних методів, засобів навчання, а з іншого — інтегрування знань, умінь із різних галузей науки та мистецтва. Результати виконаних проектів повинні бути «відчутними», тобто, якщо це теоретична проблема, то має бути запропоноване конкретне її розв'язування, а якщо практична – конкретний результат, готовий до впровадження.

Інформаційні технології – технології інформатики в поєднанні з іншими, пов'язаними з нею, технологіями, тобто це цілеспрямована організована сукупність інформаційних процесів з використанням засобів обчислювальної техніки, що забезпечує високу швидкість обробки даних, ефективний пошук інформації, розповсюдження даних, доступ до джерел інформації незалежно від місця їх розташування.

Інформаційна технологія в навчально-виховному процесі – це поєднання традиційних технологій навчання і технологій інформатики, які розширюють можливості учнів щодо якісного формування системи знань, умінь і навичок, їх застосування у практичній діяльності, сприяють розвитку інтелектуальних здібностей до самонавчання, створюють сприятливі умови для навчальної діяльності учнів і вчителя.

Інтерактивне навчання – це спеціальна форма організації пізнавальної діяльності, яка має конкретну, передбачувану мету створити комфортні умови навчання, за яких кожен учень відчуває свою успішність, інтелектуальну спроможність.

Сутність інтерактивного навчання полягає в тому, що навчальний процес відбувається за умови постійної, активної взаємодії всіх учнів, де і учень і вчитель є рівноправними, рівнозначними суб'єктами навчання.

Організація інтерактивного навчання передбачає моделювання життєвих ситуацій, використання рольових ігор, спільне вирішення проблеми на основі аналізу обставин та відповідної ситуації.

Інтерактивні технології на уроках фізики дозволяють забезпечити глибину вивчення матеріалу. Учні опановують всі рівні пізнання (знання, розуміння, застосування, аналіз, синтез, оцінка). Змінюється і роль учнів: вони стають активними, приймають важливі рішення. Проте кожна інтерактивна вправа потребує попереднього розгляду і навчання учнів для її проведення.

Технологія розвитку критичного мислення — педагогічна система, спрямована на формування у школярів аналітичного мислення.

Ця технологія має унікальний набір прийомів і технік, які дозволяють на уроці створювати ситуацію мислення. Матеріалом для такої ситуації можуть

служити навчальні тексти, параграфи підручників, уривки наукових статей, художні твори, відео-фільми.

Мета технології — навчити такого сприйняття навчального матеріалу, в процесі якого інформацію, яку отримує учень, можна розуміти, сприймати, порівняти з особистим досвідом і на її ґрунті формувати своє аналітичне судження.

Технологія включає прийоми, за допомогою яких можна інтенсифікувати процес читання наукових текстів, прослуховувати лекції тощо. Відомо, що в процесі тривалого слухання або читання увага розсіюється, втрачається інтерес і, як результат, знижується рівень розуміння.

Технологія надає значну увагу формуванню здібностей викладати свої думки на письмі. Прийоми, пов'язані з вирішенням цієї проблеми, дають змогу організовувати, оформляти та ініціювати процес мислення учня, а отримані результати можуть служити матеріалом для діагностування вчителем цього процесу.

Технологія розвивального навчання – це активно-діяльнісний спосіб навчання, під час якого враховуються та використовуються природні закономірності індивідуального розвитку дитини, що зумовлюють розвиток знань, умінь, навичок і способів розумових дій, скерованих механізмів особистості, емоційно-ціннісної та діяльнісно-практичної сфер. Ця технологія ставить на меті загальний розвиток учня, його інтелектуальних можливостей, почуттів, уміння вчитися та спілкуватися, формування творчої особистості.

Сучасна система навчання вимагає від учителя нових підходів до охоплення великого обсягу інформації. Неможливо одній людині знати все, навіть у вузькій сфері знання. Учні ж повинні мати зовсім інші навички: думати, розуміти суть речей, осмислювати ідей та концепції і вже на основі цього вміти шукати потрібну інформацію, аналізувати її та застосовувати в конкретних умовах, формулювати й відстоювати свою думку. Ми вчимо дітей фізики не тільки для того, щоб вони пізнали світ, а й навчилися думати, аналізувати, систематизувати, знаходити компроміси, виділяти головне, критично ставитися до будь-яких аргументів, вміти відстоювати свою позицію. [2, 286]

Нами було проведено дослідження серед вчителів фізики Сумського району на визначення певних аспектів інноваційних технологій та готовності педагогів до інновацій. Всього в районі працює 61 вчитель фізики. Серед них 14 вчителів з вищою категорією, 28 – з I категорією, 7 – з II категорією та 12 вчителів спеціалістів (рис. 1).

На думку педагогів основним критерієм педагогічної інновації є компетентність вчителя та результативність, ефективність інноваційних технологій (37 % респондентів). Більшість педагогічних працівників (42 %) вказала, що примітивізм розуміння сутності інноваційної діяльності в навчальному закладі та інертність педагога може завадити успішному використанню інновацій. А от на запитання для чого навчальні заклади

використовують інноваційні підходи думка вчителів розділилася: 26 % вважає, що для формування творчої активності школярів, 20 % - для результативності роботи, 18 % - для покращення педагогічної діяльності. По результатам анкетування було визначено умови, які необхідні для впровадження інновацій в освіті. По-перше, це психологічна підготовленість керівника та колективу, по-друге, матеріальне забезпечення навчального закладу. Дослідження показало, що вчителі фізики Сумського району найбільше в свою практику впроваджують технологію особистісно зорієнтованого навчання та проектну технологію.

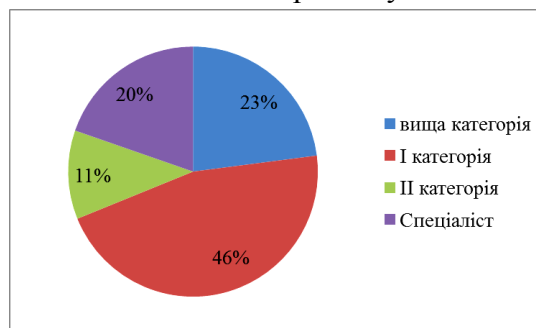


Рис. 1. Розподіл вчителів фізики Сумського району за кваліфікаційною категорією

Проте що ж заважає педагогам впроваджувати інші технології? На їхню думку, це недостатнє матеріальне забезпечення, психологічна неготовність школярів, не досконале знання психології дитини. Також заважають внутрішні протиріччя, що заважають створенню нового: невпевненість у позитивному результаті, ніхто не зважає на додаткові витрати часу й сил для роботи по-новому. З результатів дослідження можна зробити загальний висновок, що існує ще значна проблема у впровадженні інноваційних технологій у навчанні фізики, яку потрібно вирішувати. На нашу думку, для забезпечення ефективного впровадження інноваційних технологій в навчально-виховний процес потрібно забезпечити здійснення таких завдань: розроблення планів та програм впровадження інноваційних технологій, підготовка відповідних педагогічних працівників для здійснення інновацій, забезпечення матеріально-технічною базою навчальні заклади, спостереження за виконанням етапів програм з корегуванням (якщо це потрібно).

Розвиток освіти XXI століття спонукає до оновлення методів та прийомів навчання, запровадження в навчально-виховний процес інноваційних технологій, сучасних концепцій та способів формування в учнів предметних та життєвих компетенцій. Застосування інноваційних технологій, які будуються на комплексному психологічному вивченні особистості всіх учасників навчально-виховного процесу, дає можливість позитивно розвивати їх інтелектуальну, соціальну, духовну сфери, сприяє соціальному самоствердженню й культурному самостворенню. Використання різноманітних освітніх технологій є результатом творчого підходу вчителя до справи.

Фізика – унікальна дисципліна, найбільш механізована та точна, найбільш тісно пов'язана з навколишнім світом. Тому сприяти вивченню учнями фізики

потрібно не для того, щоб вони стали фізиками, а для того, щоб вони навчилися думати, знаходити компроміси, аналізувати, систематизувати, узагальнювати, вміли відстоювати свої принципи. Фізика вчить критично ставитися до будь-яких аргументів. Зрозуміло, що на уроках фізики мають даватися глибокі й міцні знання, але важливо, щоб фізика допомагала формувати уявлення про роль людини в світі та роль даної науки в освоєнні світу людиною.

Таким чином, важливою умовою організації навчально-виховного процесу є вибір учителем раціональної системи методів і прийомів активного навчання, використання сучасних технологій у поєднанні з традиційними засобами. Процес навчання повинен бути організований так, щоб зорієнтувати дитину на досягнення нею цілей, які вона сама собі поставила.

Викладання – це мистецтво, а не ремесло – у цьому самий корінь учительської справи. Вічно винаходити, вимагати, удосконалюватися – от єдиний можливий курс сучасного вчителя. (М. А. Рибникова)

Література

1. Ващенко Л.М. Інновації в освіті/ Ващенко Л.М. – Енциклопедія освіти/АПН
2. Дичківська І.М. Інноваційні педагогічні технології/ Дичківська І.М. – К.: Академвидав, 2004. – 352 с.
3. Освітні інноваційні технології у процесі викладання навчальних дисциплін / за ред. О.А. Дубасенюка: зб.наук. –метод. Праць. – Житомир: вид-во ЖДУ, 2004. – 261 с.

***Анотація.** Новак І.М. Інноваційні технології викладання фізики. В статті висвітлені поняття «технологія», «інноваційна технологія». Розглянуто основні теоретичні засади деяких інноваційних технологій з фізики. Проаналізовано проведені дослідження серед вчителів фізики Сумського району з деяких питань впровадження інноваційних технологій в навчально-виховний процес.*

***Ключові слова.** Технологія, інноваційні технології.*

***Аннотация.** Новак И.М. Инновационные технологии преподавания физики. В статье освещены понятия «технология», «инновационная технология». Рассмотрены теоретические основы некоторых инновационных технологий по физике. Проанализировано проведенное исследование среди учителей физики Сумского района по некоторым вопросам внедрения инновационных технологий в учебно-воспитательный процесс.*

***Ключевые слова.** Технология, инновационная технологии.*

***Annotation.** Novak I.M. Innovative technologies of teaching of physics. In the article the lighted up concepts "technology", "innovative technology". Basic theoretical principles of some innovative technologies are considered from physics. Undertaken a study is analysed among the teachers of physics of the Sumy district on some questions of introduction of innovative technologies in an educational-educator process.*

***Keywords.** Technology, innovative technologies.*

УДК 539.1.05

В.В. Сіренко*Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка***ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОТИ ДОЗИМЕТРА-РАДІОМЕТРА МКС-01Р**

Мета даної роботи:

- Розглянути сучасні детектори та методи реєстрації ядерних частинок і випромінювань.
- Дослідити можливості дозиметра-радіометра МКС-01Р.
- Зробити лабораторну роботу за допомогою радіометра - дозиметра МКС-01Р з дослідження α - і β - випромінювання.
- Провести перевірку МКС-01Р за даними вимірювання і його паспортними даними.

Усі сучасні методи реєстрації ядерних частинок і випромінювань можна розбити на дві групи:

- 1) обчислювальні методи, засновані на використанні приладів, які обчислюють кількість частинок того чи іншого типу;
- 2) трекові методи, що дозволяють відтворити слід частинки.

Детектори частинок – це пристрої і апарати для реєстрації елементарних частинок, ядер і жорстких фотонів. Розрізняють детектори трекові й лічильники.

Детектори, призначені тільки для визначення факту пролітання частинки, називаються лічильниками. Детектори, призначені для вимірювання дози поглинутої радіації називаються дозиметрами.

Існує велике розмаїття детекторів частинок в залежності від типу частинок, діапазону енергії, призначення, будови та принципу дії. Сучасні детектори здебільшого не використовуються поодиночі, а як частинки складних електронних систем та комп'ютерів, що дозволяють виділити процеси, які відбуваються одночасно, тобто мають одне джерело. Наприклад, для реєстрації народження електрон-позитронної пари необхідно одночасно зафіксувати як електрон, так і позитрон, щоб виділити цей процес із випадкового шуму, коли той чи інший окремий детектор спрацьовує внаслідок випадкового пролітання частинки космічного випромінювання. В сучасних експериментах у фізиці високих енергій, які проводяться на потужних колайдерах при зіткненні прискорених частинок може утворитися дощ із сотень частинок різної природи, що вимагає застосування надскладної системи детектування та ідентифікації.

Трекові детектори – прилади, які реєструють не лише факт і час потрапляння частинки в робочий об'єм детектора, але й відтворюють трек (траєкторію) частинки. Це камера Вільсона, іскрова і бульбашкові камери, ядерні емульсії.

Камера Вільсона. У цій камері швидко заряджена частинка залишає слід, який можна спостерігати безпосередньо чи фотографувати. Дія камери Вільсона заснована на конденсації перенасиченої пари на іонах з утворенням крапельок

води. Ці іони створює уздовж своєї траєкторії рухома заряджена частинка. Крапельки утворюють видимий слід частинки, що пролетіла, - трек. Інформація, яку дають треки в камері Вільсона, значно багатша за ту, що можуть дати лічильники. За довжиною треку можна визначити енергію частинки, а за числом крапельок на одиницю довжини треку оцінити її швидкість.

Іскрова камера – детектор високоенергетичних заряджених частинок, в якому трек частинки реєструється як послідовність іскор в інертному газі, що заповнює простір між рядом металевих пластинок.

При проходженні через інертний газ заряджена частинка іонізує його. Між окремими пластинами іскрової камери прикладена напруга, що створює електричне поле, здатне прискорити іони до енергій, необхідних для ударної іонізації. Як наслідок, виникає лавинний процес, при якому виникає достатньо збуджених атомів, що випромінюють світло, переходячи в основний стан. Таким чином виникає іскра. Послідовність іскор між різними пластинами створює видимий трек.

Іскрові камери широко використовувалися в ядерній фізиці в 1930–1960 роках, але потім поступилися сучаснішим конструкціям детекторів.

Бульбашкова камера. У 1952 році американським ученим Д. Глейзером було запропоновано використовувати для виявлення треків частинок перегріту рідину. У цій рідині на іонах, які утворюються під час руху швидкої зарядженої частинки, виникають бульбашки пари, які дають видимий трек. Пробіг частинок, унаслідок більшої густини робочої речовини, виявляються досить короткими, й частинки навіть великих енергій «застряють» у камері. Це дозволяє спостерігати серію послідовних перетворень частинки та реакції, що нею викликаються.

Метод фотоемулсії. Цей метод ґрунтується на тому, що заряджена частинка, рухаючись у фотоемулсії, руйнує молекули Аргентум броміду в тих зернах, крізь які вона пройшла. Після проявлення в кристаликах відновлюється металеве срібло й ланцюжок зерен срібла утворює трек частинки. За довжиною й товщиною треку можна оцінити енергію й масу частинки.

Таблиця 1

Характеристики камер реєстрації

Показники	Тип камери		
	Дифузійна	Камера Вільсона	Бульбашкова
Розмір	Велика площа поля при малій (до 7,5 см) глибині	Може бути зроблена з великою площею і глибиною	Може бути зроблена з великою площею, але ціною великих витрат
Заповнення	Можуть бути використані різні гази, зокрема водень до 20 - 35 атм	Можуть бути використані різні гази. При розумних розмірах межа тиску - близько 20 атм	Різні рідини: пропан, бутан, пентан, водень, ксенон, гелій та ін.
Мертвий час	Близько 10 с	Декілька хвилин	Дуже мале (секунда)
Можливості вимірювання	Публікацій про точні виміри немає	Відмінні	Нема даних
Густина робочої речовини	0,01 — 0,1 г/см ³ при високому тиску	0,01 — 1 г/см ³ при високому тиску	1 г/см ³ при атмосферному тиску

Поряд з методами, в яких фіксується зображення шляху частинки або цілого комплексу слідів, пов'язаних з тим чи іншим елементарним процесом (камера Вільсона, дифузійні, бульбашкові камери, товстошарові фотоемульсії), надзвичайно широке поширення в ядерній фізиці отримали і методи, що дають менш повну інформацію. Вони повідомляють експериментатору тільки про факт проходження через чутливий орган приладу зарядженої частинки або (по інтенсивності світлового спалаху або по імпульсу струму) дозволяють встановити її іонізуюче дію. Ці методи дають можливість реєструвати більше явищ за одиницю часу і легко піддаються автоматизації.

Одним з найстаріших методів подібного роду є метод сцинтиляції, запропонований Вільямом Круксом в 1903 р. сцинтиляцією називається короткочасний слабкий спалах світла, що виникає при проходженні іонізуючої частинки в середовищі, здатної люмінесціювати. Оптичні властивості світіння (спектр випромінювання і тривалість висвічування) визначаються при цьому властивостями люмінесцентного середовища (в дослідах Крукса ZnS), а яскравість сцинтиляції - питомими іонізаційними втратами, тобто зарядом і імпульсом частинки. Наприклад, сцинтиляції, що викликаються в сірчатом цинку альфа-частинками і навіть протонами, настільки інтенсивні, що після адаптації ока протягом 10-15 хв у темряві їх можна чітко спостерігати під мікроскопом при збільшенні в декілька десятків разів і навіть вважати за умови, що частота їх появи в полі зору лежить в межах від декількох до 50 спалахів за хвилину.

Цей метод реєстрації лежить в основі принципу дії універсального дозиметра-радіометра МКС-01Р. Він призначений для вимірювання ступеня забрудненості поверхні альфа- і бета-активними речовинами (щільності потоку і флюенса альфа- і бета - частинок), еквівалентної дози і потужності еквівалентної дози рентгенівського, гамма-випромінювань. Крім цього радіометр-дозиметр дозволяє виміряти густину потоку та флюенса теплових, швидких і проміжних нейтронів, еквівалентну дозу і потужність еквівалентної дози нейтронного випромінювання.

Радіометр-дозиметр МКС-01Р складається з пульта реєстрації та чотирьох змінних блоків детектування. У залежності від застосовуваного БД дозиметр вимірює іонізуюче випромінювання, вид, енергетичний діапазон і вимірювана величина, якого вказані в Таблиці 2.

Примітки:

1. БД БДКБ-01Р використовується як для виміру забрудненості поверхні бета-активними речовинами, так і для вимірювання еквівалентної дози і потужності еквівалентної дози гамма-випромінювання.

2. Для вимірювання густини потоку і флюенс проміжних і швидких нейтронів використовується БД БДКН-ОЗР, вставлений в сповільнювач нейтронів діаметром 155 мм, який має найменування «Захист». Така складова БД має позначення БДКН-01Р.

Таблиця 2

Характеристики радіометра дозиметра

Вид вимірювання і вимірювана величина	Енергетичний діапазон або нуклід	Тип БД
Альфа випромінювання (забрудненість поверхні альфа-активними речовинами): - Густина потоку альфа-частинок; - флюенс альфа-частинок	Плутоній-239	БДКА-01Р
Бета-випромінювання (забрудненість поверхні бета-активними речовинами): - Густина потоку бета-частинок; - флюенс бета-частинок	0,3-3 MeV максимального значення енергій бета-спектру	БДКБ-01Р
Рентгенівське та гамма-випромінювання:		
- потужність еквівалентної дози	0,125-1,25 MeV	БДКБ-01Р
- еквівалентна доза	0,04-10 MeV	БДКГ-01Р
Нейтронне випромінювання:		
- Потужність еквівалентної дози;	10^{-3} -14 MeV	БДКН-03Р
- Еквівалентна доза;	10^{-3} -14 MeV	БДКН-03Р
- Густина потоку теплових нейтронів;	0,025 MeV	БДКН-03З
- Флюенс теплових нейтронів;	0,025 MeV	БДКН-03Р
- Густина потоку проміжних і швидких нейтронів;	10^{-3} -14 MeV	БДКН-03Р
- Флюенс проміжних і швидких нейтронів	10^{-3} -14 MeV	БДКН-01Р БДКН-01Р

3. Для вимірювання потужності еквівалентної дози і еквівалентної дози нейтронного випромінювання використовується БД БДКН-01Р, вставлений в сповільнювач нейтронів з поліетилену, діаметром 250 мм, який має найменування «Сповільнювач нейтронів». Така складова БД має позначення БДКН-ОЗР-01.

Управління радіометром-дозиметром здійснюється за допомогою трьох перемикачів: «Вид измерения», «Вид измерения», «Диапазон измерения», встановлених на лицевій панелі пульта реєстрації. Індикація показників здійснюється за допомогою п'ятирозрядного цифрового табло, а також за допомогою інтенсиметра. Вимірювання за допомогою логарифмічного інтенсиметра не проводиться, якщо частота імпульсів, що надходять з дискримінатора менше 10 Гц. У цьому випадку радіометр-дозиметр дозволяє виявити дуже малі рівні випромінювання за допомогою пристрою звукової та світлової сигналізації (світлодіод з маркуванням «Интенс. доза опер.») на лицевій панелі пульта.

Режим роботи радіометра-дозиметра визначається положенням перемикачів: «Измеряемая величина», «Вид измерения», «Диапазон измерения» (табл. 3).

Таблиця 3

Режим роботи радіометра-дозиметра МКС-01Р

Режим роботи МКС-01Р	БД	Найменування перемикачів		
		вимірювана величина	Вид вимірювань	Діапазон вимірювань
Вимірювання густини потоку альфа-частинок	БДКА-01Р	α	БД	2с або 10с або 100с
Вимірювання флюенса альфа-частинок	БДКА-01Р	α	БД	ДОЗА (+), СТОП
Вимірювання густини потоку бета-частинок при відсутності фонового гамма-випромінювання	БДКБ-01Р	β	БД	2с або 10с або 100 с
Вимірювання флюенса бета-частинок при відсутності фонового гамма-випромінювання	БДКБ-01Р без бетафільтра	β	БД	ДОЗА (+), СТОП
Вимірювання флюенса бета-частинок при наявності фонового гамма-випромінювання	БДКБ-01Р без бетафільтра БДКБ-01Р з бетафільтром	β	БД БД	ДОЗА (+), СТОП
Вимірювання еквівалентної дози гамма-випромінювання	БДКБ-01Р з бетафільтром БДКБ-02Р з бетафільтром	γ_2	БД	2с або 10с або 100с
		γ_1	БД	2с
Вимірювання еквівалентної дози гама-випромінювання	БДКБ-01Р з бетафільтром БДКБ-02Р з бетафільтром	γ_2	БД	ДОЗА (+), СТОП
		γ_1	БД	ДОЗА (+), СТОП
Вимірювання густини потоку нейтронів Ппр+ σ	БДКН-01Р	Ппр+ σ	БД	2с або 10с або 100с
1	2	3	4	5
Вимірювання флюенса нейтронів Ппр+ σ	БДКН-01Р	Ппр+ σ	БД	ДОЗА (+) СТОП
Вимірювання густини потоку нейтронів Пт	БДКН-03Р	Пт	БД	2с або 10с або 100с
Вимірювання флюенса Пт	БДКН-03Р	Пт	БД	ДОЗА (+) СТОП
Вимірювання потужності еквівалентної дози нейтронного випромінювання	БДКН-03Р	Пг	БД	2с або 10с або 100 с
Вимірювання еквівалентної дози гамма-випромінювання в режимі «счетчик оператора»	—	—	Счетчик оператора	

Використовуючи різні блоки детектування, проводяться відповідні вимірювання.

Організм людини не відчуває іонізуючого вимірювання, тому при роботі з радіоактивними речовинами необхідно проводити систематичний індивідуальний та загальний контроль доз опромінення. Прилади дозиметричного контролю і вимірювання по суті компенсують людині відсутність органів чуття на іонізуюче випромінювання. Тому використання дозиметра-радіометра МКС-01Р має велике значення, особливо на промислових підприємствах, атомних електростанціях або науково-дослідних установах, де потрібно проводити радіометричний і дозиметричний контроль.

Література

1. А.К. Вальтер, И.И. Залюбовский «Ядерная физика»
2. Голубев Б.П., Козлов В.Ф., Смирнов С.Н. «Дозиметрия и радиационная безопасность», Москва, 1984.
3. Афанасьев А.В., Гуманный В.В., Мясоедов Г.П. Методические указания для студентов-заочников. Основы ядерной физики, радиохимии и дозиметрии, Севастополь, 2003.
4. «Средства и способы радиационной и химической защиты» Учебное пособие.
5. М.Т. Максимов, Г.О. Оджагов. Радиоактивные загрязнения и их измерение. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 304 с
6. Новые разработки ЗАО «Сорбент – Центр внедрение». – Пермь: Сорбент, 2002. – 36 с.
7. А.Ф. Леонов, и др. Современные методы и технические средства борьбы с радиационным терроризмом // Экологические системы и приборы. – 2000. – №5. – с. 7–10.
8. А. И. Наумов «Физика атомного ядра и элементарных частиц» М. «Просвещение» 1984.

Анотація. Сіренко В.В. Дослідження роботи дозиметра радіометра МКС-01Р. Робота присвячена дослідженню роботи дозиметра-радіометра МКС-01р і його основних можливостей.

Ключові слова: дозиметра-радіометра МКС-01р, блоки детектування..

Аннотация. Сиренко В.В. Исследование работы дозиметра радиометра МКС-01Р. Работа посвящена исследованию работы дозиметра-радиометра МКС-01р и его основных возможностей.

Ключевые слова: дозиметра-радиометра МКС-01р, блоки детектирования.

УДК 535.3

А.О. Юрченко*Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка*

СПЕКТРАЛЬНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Сучасні методи аналізу – комплекс сучасних фізико-хімічних методів визначення елементів, що включає молекулярно-спектральні методи (спектрофотометрія, люмінесценція), атомно-спектроскопічні методи (атомно-флуоресцентна, атомно-емісійна та атомно-абсорбційна спектроскопія), рентгенівські методи, мас-спектроскопію, електрохімічні та хроматографічні методи. Спектральні методи аналізу об'єднують методи, засновані на взаємодії електромагнітного випромінювання з речовиною.

Спектральний аналіз, метод якісного та кількісного визначення складу речовин, заснований на дослідженні їх спектрів випускання, поглинання, відбиття та люмінесценції. Існує безліч способів визначення і вивчення речовини. Спектроскопічні дослідження тут відіграють істотну роль. На даний момент відкрито більше 50 видів різних спектральних методів дослідження речовини, кожен з яких допомагає детально визначити найменші дефекти і зміни в досліджуваних об'єктах. [2] Розрізняють атомний і молекулярний спектральний аналіз, завдання яких полягає у визначенні відповідно елементного та молекулярного складу речовини. Емісійний спектральний аналіз проводять за спектрами випускання атомів, іонів або молекул, збуджених різними способами, абсорбційний спектральний аналіз - за спектрами поглинання електромагнітного випромінювання аналізованими об'єктами.

Будь-який спектральний метод вивчення речовини передбачає взаємодію цієї речовини з випромінюванням. Електромагнітне випромінювання представлене елементарними частинками (електронами, протонами, нейтронами), ядрами атомів (α -частинки), іонами.

Найбільш поширеними є спектральні дослідження твердого, як кристалічного, так і аморфної речовини під дією електромагнітного випромінювання. [4]

Залежно від цілей дослідження, властивостей аналізуючої речовини, специфіки спектрів, області довжин хвиль та інших факторів – хід аналізу, прилади, способи вимірювання спектрів і метрологічні характеристики результатів сильно розрізняються. Відповідно до цього спектральний аналіз поділяють на ряд самостійних методів, зокрема на атомно-абсорбційний аналіз, атомно-флуоресцентний аналіз, люмінесцентний аналіз, інфрачервону (ІЧ) спектроскопію, спектроскопію комбінаційного розсіювання (КР), молекулярну оптичну спектроскопію, спектроскопію відображення, спектрофотометрію, ультрафіолетову (УФ) спектроскопію, фотометричний аналіз, фур'є-спектроскопію, рентгенівський спектральний аналіз та оже-спектроскопію. [1]

В основі спектральних методів дослідження речовини (або спектрального аналізу) лежать наступні основні процеси:

- взаємодія досліджуваної речовини із зовнішнім (діагностуючим) електромагнітним випромінюванням, що приводить до часткового поглинання останнього, - *абсорбція*;
- збудження частинок досліджуваної речовини зовнішнім випромінюванням і подальше випускання квантів випромінювання з іншого довжиною хвилі - *люмінесценція*;
- спонтанна *емісія* (випускання) випромінювання аналізуючою речовиною, що знаходяться в стані плазми: у полум'ї пальника, в електричному розряді - дуговому, іскровому або високочастотному;
- *розсіювання* падаючого на зразок електромагнітного випромінювання аналізуючою речовиною.

Методи аналізу, засновані на явищі випромінювання електромагнітних хвиль попередньо збудженими атомами, іонами або молекулами, називають *емісійними*.

Люмінесцентні (флуоресцентні) методи також засновані на аналізі випромінювання речовини, яка попередньо збуджується випромінюванням потужних ламп, лазера або в результаті хімічної реакції.

Взаємодія електромагнітного випромінювання з речовиною може бути пружною або непружною. При пружній взаємодії електромагнітної хвилі з часткою досліджуваної речовини енергія хвилі залишається незмінною, змінюється лише напрям її поширення. До числа спектральних методів, заснованих на пружній взаємодії, відносять рефрактометричні методи аналізу [1]. При непружній взаємодії відбувається обмін енергією між випромінюючими частками речовини і зовнішнім (діагностуючим) електромагнітним випромінюванням. При цьому змінюється як внутрішній стан аналізованих частинок, так і енергія (довжина хвилі) випромінювання.

Розрізняють атомний і молекулярний спектральний аналіз. Завданням атомного спектрального аналізу є встановлення елементного складу речовини. Одним з найбільш потужних методів елементного аналізу є атомно-емісійний спектральний аналіз, який вивчає спектри випускання вільних атомів і іонів у газовій фазі. Молекулярний спектральний аналіз передбачає ідентифікацію даної речовини і визначення його кількості (концентрації, маси).

Сукупність спектральних методів якісного і кількісного аналізу, заснованих на вивченні спектрів поглинання електромагнітного випромінювання досліджуваною речовиною, називають спектроскопією поглинання, або абсорбційною спектроскопією. Абсорбційні методи засновані на вимірі інтенсивності поглинання випромінювання аналізуючою речовиною при непружній взаємодії.

Основне завдання теоретичної спектроскопії - створення фізичних моделей енергетичної та просторової структури об'єктів мікросвіту і опис процесів взаємодії випромінювання з речовиною.

Завданням експериментальної спектроскопії є розробка приладів і методів для виявлення і реєстрації резонансів енергетичного спектру речовини з метою отримання інформації про різні форми руху в ньому. Так, в атомній спектроскопії досліджується рух зв'язаних електронів в атомах або іонах. В молекулярній спектроскопії вивчається рух зв'язаних електронів і ядер, тому виникає необхідність розгляду трьох форм руху: електронного, коливального й обертового.

Якщо атоми або молекули взаємодіють між собою, як це відбувається в рідинах, аморфних твердих тілах або кристалах, то це знаходить своє відображення в енергетичному спектрі і, як наслідок, в спектрі переходів. Так, зміна положення та ширини рівнів призводить до зміщення і розширення спектральних ліній або смуг. Обурення станів атомів або молекул при включенні взаємодії викликає розщеплення рівнів, а також зміна ймовірності спектроскопічних переходів. Остання подія впливає на інтенсивність спектра.

Завданням практичної спектроскопії є розробка приладів і методів для використання їх в аналітичних цілях - для виконання якісного і кількісного аналізу зразків різноманітних речовин і матеріалів: промислових, геологічних, біологічних і медичних. До теперішнього часу вже впроваджені в практику наукових і виробничих лабораторій чутливі методи спектрального аналізу і створені автоматизовані прилади, що дозволяють визначати вміст малих домішок, аж до рахунку окремих атомів або молекул. Цьому успіху практичної спектроскопії в значній мірі сприяли досягнення квантової електроніки. Квантова електроніка виросла на плечах спектроскопії і в свою чергу подарувала спектроскопії унікальні джерела електромагнітного випромінювання (лазери та мазери), а також методи лазерної спектроскопії надвисокої роздільної здатності. Надалі спектроскопія й квантова електроніка будуть розвиватися, збагачуючи один одного. [3].

Спектроскопічні методи можна класифікувати і відповідно до області електромагнітного випромінювання, який використано при аналізі. Ці області включають:

- 1) діапазон γ -випромінювання (довжини хвиль $\lambda \sim 0,001-0,1$ нм); електромагнітне випромінювання, що випускається збудженими ядрами атомів;
- 2) рентгенівський діапазон (довжини хвиль $\lambda \sim 10^{-10}-10^{-8} \text{ м} \equiv 0,1 \text{ нм}$), який відповідає енергії електронних переходів у внутрішніх електронних оболонках атомів;
- 3) ультрафіолетовий діапазон (180-400 нм), що відноситься до енергетичних переходів зовнішніх електронів;
- 4) видимий діапазон (400-780 нм), пов'язаний з енергетичними переходами зовнішніх електронів;

5) ближня інфрачервона область (0,78-2,5 мкм), пов'язана з переходами між коливальними рівнями енергії;

6) дальня інфрачервона область (2,5-50 мкм), пов'язана з переходами між коливальними рівнями;

7) мікрохвильовий діапазон (50 мкм-1 см), що відноситься до переходів між обертовими станами молекул;

8) діапазон радіохвиль, що використовується в електронному парамагнітному резонансі (~ 3 см), який відповідає переходам неспарених електронів у магнітному полі;

9) діапазон радіохвиль, що використовується в електронному парамагнітному резонансі (0,6-10 м), що відносяться до ядерних спінах у магнітному полі.

Більш ранні спектральні методи, починаючи від перших досліджень Р. В.Бунзена і Г.Р. Кірхгофа, виконаних у 1860-і рр., використовували тільки випромінювання у видимій області і тому називалися *оптичними*.

У процесі спектрального аналізу отримують аналітичний сигнал, положення якого в реєстрованому спектрі залежить від енергії, частоти випромінювання, довжини хвилі або хвильового числа. [1]

Часто під спектральним аналізом розуміють тільки атомно-емісійний спектральний аналіз - метод елементного аналізу, заснований на вивченні спектрів випускання вільних атомів та іонів у газовій фазі в області довжин хвиль 150-800 нм.

Пробу досліджуваної речовини вводять в джерело випромінювання, де відбуваються її випаровування, дисоціація молекул і збудження утворених атомів (іонів). Останні випускають характеристичне випромінювання, яке надходить у реєструючий пристрій спектрального приладу.

При якісному спектральному аналізі спектри проб порівнюють зі спектрами відомих елементів, наведених у відповідних атласах і таблицях спектральних ліній, і таким чином встановлюють елементний склад аналізуючої речовини. При кількісному аналізі визначають кількість (концентрацію) шуканого елемента в речовині по залежності величини аналітичного сигналу (щільність почорніння або оптична щільність аналітичної лінії на фотопластинці; світловий потік на фотоелектричний приймач) шуканого елемента від його вмісту в пробі. Ця залежність складним чином визначається багатьма важко контрольованими факторами (валовий склад проб, їх структура, дисперсність, параметри джерела збудження спектрів, нестабільність реєструючих пристроїв, властивості фотопластинок і т.д.). Тому, як правило, для її встановлення використовують набір зразків для градування, які по валовому складу і структурі можливо більш близькі до аналізуючої речовини і містять відомі кількості елементів. Такими зразками можуть служити спеціально приготовані метали, сплави, суміші речовин, розчини, в т.ч. і стандартні зразки, що випускаються промисловістю. Для усунення впливу на результати аналізу неминучого відмінності властивостей

аналізованого і стандартних зразків використовують різні прийоми, наприклад, порівнюють спектральні лінії визначаючого елемента і, так званого, елемента порівняння, близького за хімічним і фізичним властивостям до обумовленому. При аналізі однотипних матеріалів можна застосовувати одні й ті ж градувальні залежності, які періодично коригують за перевіряючим зразком. [5]

Чутливість і точність спектрального аналізу залежать головним чином від фізичних характеристик джерел випромінювання (збудження спектрів) - температури, концентрації електронів, часу перебування атомів у зоні збудження спектрів, стабільності режиму джерела тощо. Для вирішення конкретної аналітичної задачі необхідно вибрати відповідне джерело випромінювання, домогтися оптимізації його характеристик за допомогою різних прийомів - використання інертної атмосфери, накладення магнітного поля, введення спеціальних речовин, що стабілізують температуру розряду, ступінь іонізації атомів, дифузійні процеси на оптимальному рівні тощо. Через різноманіття взаємодіючих факторів при цьому часто використовують методи математичного планування експериментів.

При аналізі твердих речовин найбільш часто застосовують дугові (постійного і змінного струму) та іскрові розряди, що живляться від спеціально сконструйованих стабілізуючих генераторів (часто з електронним керуванням). Створені також універсальні генератори, за допомогою яких отримують розряди різних типів із змінними параметрами, що впливають на ефективність процесів збудження досліджуваних зразків. Твердий електропровідний зразок безпосередньо може служити електродом дуги або іскри; не проводять струм тверді зразки і порошки поміщають у поглиблення вугільних електродів тій чи іншій конфігурації. У цьому випадку здійснюють як повне випаровування (розпилення) аналізованого речовини, так і фракційне випаровування останнього і збудження компонентів зразка у відповідності з їх фізичними і хімічними властивостями, що дозволяє підвищити чутливість і точність аналізу. Для посилення ефекту фракціонування випаровування широко застосовують добавки до аналізу речовини реагентів, що сприяють утворенню в умовах високотемпературної $[(5-7) \cdot 10^3 \text{ K}]$ вугільної дуги легколетких сполук (фторидів, хлоридів, сульфідів тощо) визначаючих елементів. [5]

Спектральні методи аналізу в поєднанні з методами розділення і концентрації досліджуваної речовини - область інструментальних методів аналізу, яка інтенсивно розвивається. Вони дозволяють проводити експресне детектування ультрамікрокількості речовини (аж до поодиноких атомів і молекул).

Спектральний аналіз застосовують у наукових дослідженнях, з його допомогою відкривають хімічні елементи, досліджують археологічні об'єкти, встановлюють склад небесних тіл тощо. Спектральний аналіз широко застосовується також для контролю технологічних процесів (зокрема, для встановлення складу вихідної сировини, технологічних і готових продуктів), дослідження об'єктів навколишнього середовища. За допомогою спектрального

аналізу можна визначати практично всі елементи періодичної системи в досить широкому діапазоні змістів - від 10-7% (пкг/мл) до десятків відсотків (мг/мл). Переваги спектрального аналізу: можливість одночасного визначення в малій кількості речовини великої кількості елементів (до 40 і більше) з досить високою точністю, універсальність методичних прийомів при аналізі різних речовин, відносна простота і доступність апаратури.

Високий рівень автоматизації спектрального аналізу дозволяє включати цей метод в автоматизовані системи аналітичного контролю та управління технологією виробництва.

Література

1. Аналитическая химия и физико-химические методы анализа. В 2 т. Т. 2: учеб. для студ. учреждений высш. проф. образования / [Н.В. Алов и др.] ; под ред. А.А.Ищенко. – М. : Издательский центр «Академия», 2010. – 416 с.
2. Бенуэлл К. Основы молекулярной спектроскопии. – М.: Мир, 1985. – 386 с.
3. Вилков Л.В., Пентин Ю.А. Физические методы исследования в химии. Структурные методы и оптическая спектроскопия. – М.: Мир, 1987. – 368 с.
4. Зайдель А.Н., Основы спектрального анализа. – М., 1965. – 323 с.
5. Лебедев В.В. Техника оптической спектроскопии. – М: Изд. МГУ, 1986. – 352 с.

Анотація. Юрченко А.О. Спектральні методи досліджень. Засобом для отримання інформації про речовину служать явища взаємодії електромагнітного або корпускулярного випромінювання з речовиною. До числа таких явищ відносять процеси випромінювання, поглинання, розсіювання та відбиття світла, дисперсію оптичного обертання, фотоефект і розсіювання електронів. Методи засновані на цих процесах називають спектральними методами дослідження. Аналізуючи зміну характеристик випромінювання після акту взаємодії з речовиною, можна судити про властивості речовини і про його складові.

Ключові слова. Спектр, спектральні методи, аналіз, дослідження речовини.

Аннотация. Юрченко А.А. Спектральные методы исследования. Средством для извлечения информации о веществе служат явления взаимодействия электромагнитного или корпускулярного излучения с веществом. К числу таких явлений относят процессы излучения, поглощения, рассеяния и отражения света, дисперсию оптического вращения, фотоэффект и рассеяние электронов. Методы основаны на этих процессах называют спектральными методами исследования. Анализируя изменение характеристик излучения после акта взаимодействия с веществом, можно судить о свойствах вещества и о его составляющих.

Ключевые слова. Спектр, спектральные методы, анализ, исследование вещества.

Summary. Yurchenko A.O. *Spectral methods. Means for extracting information about the substance of interaction of electromagnetic phenomena are, or corpuscular radiation with matter. To number of such phenomena refer processes of radiation, absorption, dispersion and light reflection, dispersion of optical rotation, a photoeffect and dispersion of electrons. Methods are based on these processes call spectral methods of research. Analyzing change of characteristics of radiation after the interaction act with substance, it is possible to judge properties of substance and its components.*

Key words. *Spectrum, spectral methods, the analysis.*

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА ЇХ ВИКОРИСТАННЯ

О. Бабич

Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка

ВІЗУАЛІЗАЦІЯ ІНФОРМАЦІЇ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ

Зростання обсягів і видів інформації, яка передається і яка має бути засвоєна людиною, вимагає нових форм подачі інформації, які б полегшували процес сприйняття і запам'ятовування. Крім цього, проблема активізації учбової діяльності залишається актуальною для учнів різного рівня освіти – як шкільної, так і вищої. Сучасність вимагає від освіти виховувати активних особистостей, здатних до подальшого самовдосконалення та саморозвитку, професійного росту. Все це потребує активізації розумових, фізичних і духовних здібностей та якостей учня в процесі навчання. У зв'язку з цим викладач має шукати нові форми, методи і засоби подачі навчального матеріалу.

Одним з ефективних способів активізації навчальної діяльності є візуалізація навчального матеріалу, активне використання якого у процесі навчання дозволяє зробити крок від пасивного сприйняття навчання до активного оволодіння знаннями, а також підвищити пізнавальну активність учнів. Крім того, структурування і представлення навчального матеріалу засобами візуалізації дають змогу в згорнутому вигляді передавати великі обсяги інформації, в якій образ і текст гармонійно поєднуються, підсилюють і доповнюють один одного.

Як відомо, найбільший обсяг інформації людина сприймає саме через зоровий аналізатор. Тому дуже важливим і необхідним є процес поєднання словесних і візуальних методів навчання. Візуалізація інформації – це представлення різної інформації у вигляді графіків, схем, діаграм, таблиць та ін. Проте таке визначення розкриває лише ілюстративну функцію процесу візуалізації. Інше визначення надає Вербицький А.А.: «Процес візуалізації – це згортання змісту розумового процесу в наочний образ; будучи сприйнятим, образ може бути розгорнутим і слугує опорою адекватних розумових і практичних дій». Таке визначення більш широко відображає сутність процесу візуалізації.

Результатом процесу візуалізації є візуальна модель – будь-яка конструкція, що сприймається наочно і відображає суть об'єкта пізнання. Візуальна модель - це результат певного етапу формування знань, в тому числі теоретичного, в наочній формі відображає його результати, виявляє недоліки і протиріччя [4].

Візуалізація навчального матеріалу передбачає цілеспрямоване використання навчальних структур, які спеціально створені для стимулювання

процесів мислення і сприйняття у навчанні. Під терміном візуальний навчальний матеріал розуміють дидактичний засіб, за допомогою якого зміст навчального матеріалу подається в структурованій естетично організованій візуальній формі і забезпечує ефективне протікання психологічних процесів сприйняття, дозволяє реалізовувати основні дидактичні принципи, сприяє досягненню педагогічних цілей навчання та розвитку [2].

Важливим аспектом використання візуальних навчальних матеріалів є визначення оптимального співвідношення наочних образів і словесної, символічної інформації. Понятійне й візуальне мислення на практиці перебувають у постійній взаємодії. Вони, доповнюючи один одного, розкривають різні сторони досліджуваного поняття, процесу або явища. Словесно-логічне мислення дає більш точне й узагальнене відображення дійсності, але це відображення абстрактне. У свою чергу, візуальне мислення допомагає організувати образи, робить їх цілісними, узагальненими, повними. За визначення В. П. Зінченка: «Візуальне мислення — це людська діяльність, продуктом якої є породження нових образів, створення нових візуальних форм, що несуть певне навантаження, що й роблять значення видимим» [3].

Візуалізація навчальної інформації забезпечує інтенсифікацію процесу навчання, а також сприяє активізації навчальної й пізнавальної діяльності, формуванню й розвитку критичного й візуального мислення.

Засоби візуалізації класифікують за психологічним підґрунтям. Існують засоби, що активізують пізнавальні механізми — активізація сприйняття, пам'яті, мислення, уяви. Також відокремлюють засоби, які розвивають психічні функції — підсилення мотивації, організація уваги, розвиток спостережливості і естетичного сприйняття. В окрему групу виділяють засоби візуалізації, які активізують когнітивні функції — формування уявлень, понять, інформаційне моделювання та ін.

Існує велика кількість видів візуалізації, які можна використовувати на занятті: опорні конспекти, схеми, таблиці, плани, відеоролики, презентації та ін. Треба зазначити, що в залежності від місця і призначення візуальних засобів навчання в процесі формулювання понять до вибору певної моделі, методу і наочному відображенню змісту навчання мають висуватися різні психолого-педагогічні вимоги. В процесі розробки засобів візуалізації навчальної інформації треба дублювати вербальну інформацію візуальною і навпаки, контролювати ступінь узагальнення змісту навчання. Використання можливостей зорового аналізатора при візуалізації навчальної інформації вимагає врахування закономірностей зорового сприйняття, грамотного застосування візуальних методів у навчанні [2].

На практиці використовуються різні методи візуального структурування - від традиційних діаграм і графів до «стратегічних» карт (roadmaps), променевих схем-павуків (spiders) і каузальних ланцюгів (causal chains), опорні конспекти, структурно-логічні схеми, опорні сигнали, логіко-змістовні моделі та ін. Таке

розмаїття обумовлене істотними відмінностями в природі, особливостях і властивостях знань різних предметних областей і сприяє їх раціональному використанню в навчанні. Більшість дидактичних візуальних засобів розрізняють за обсягом запропонованих даних і складністю роботи з ними, за можливостями уточнення ключових понять і тверджень через засоби символічної логіки і їх деталізацію, за можливостями оптимальної підтримки операцій пізнавальної і навчальної діяльності. Такі способи систематизації і візуального відображення навчальної інформації сприяють розгортанню логічного ланцюжка міркувань, опису образів і їх ознак у розумовій діяльності, а також операцій за допомогою вербальних засобів обміну інформацією.

Як відомо, сучасні інформаційні технології відкривають доступ до нетрадиційних джерел інформації та форм її подачі. У випадку візуалізації навчального матеріалу, використання комп'ютерів надає можливість зробити курс більш доступним і легким для сприйняття, а також дозволяє використання інтерактивних, динамічних і мультимедійних засобів при подачі навчального матеріалу. Процес одночасного використання різних форм представлення інформації за допомогою різноманітних словесних, візуальних, мультимедійних кодів, таких як предмет, слово, аббревіатура, рисунок креслення, графіка, граф-схеми, піктограми, символ, число, модель, дослід сприяє активізації навчальної діяльності, її підтримці, інтенсифікації процесу осмислення і переробки інформації.

Враховуючи розвиток комп'ютерних технологій і їх можливості, підвищується зацікавленість комп'ютерною візуалізацією. Комп'ютерна візуалізація інформації – це спосіб подачі інформації за допомогою комп'ютерних технологій (зокрема в мультимедійних програмах), яка дозволяє наочно представити на екрані об'єкти й процеси з різних ракурсів, більш детально, з можливістю демонстрації внутрішніх взаємозв'язків складових частин, у тому числі прихованих у реальному світі, і, що особливо важливо, надає можливість демонструвати процеси, об'єкти і явища у розвитку, у русі, у динаміці [3].

Візуалізація навчального матеріалу дозволяє систематизувати й узагальнити інформацію, або, навпаки, більш широко розкрити. З одного боку візуалізація навчального матеріалу допомагає виокремити найголовніші моменти і зробити акценти на них, сконцентрувати увагу учнів на цих моментах. З іншого боку, таке подання інформації надає тільки певні схеми, а вже взаємозв'язки учень має сформулювати і провести сам. Також при такому поданні інформації реалізуються дидактичні завдання навчання: емоційне включення, наочність навчальної інформації, стимулювання мимовільної уваги, індивідуалізація темпу подання навчального матеріалу, розвиток критичного, логічного і візуального мислення. Інтенсифікація процесу навчання досягається завдяки можливості подавати великі обсяги інформації в лаконічній, логічно побудованій формі, зручній для психолого-фізіологічних процесів людини.

Література

1. Дробушевич Л.Ф., Конах В.В. Использование визуальных технологий в процессе обучения программированию: электронный ресурс / Л.Ф.Дробушевич, режим доступа до статті: <http://www.elib.bsu.by/bitstream/123456789/10192/1/Konakh60.pdf>
2. Лаврентьев Г.В., Лаврентьева Н.Б., Неудахина Н.А. Инновационные обучающие технологии в профессиональной подготовке специалистов: электронный ресурс / Г.В. Лаврентьев, режим доступа до статті: http://www2.asu.ru/cppkp/index.files/ucheb.files/innov/Part2/ch8/glava_8_1.html
3. Манько Н.Н. Когнитивная визуализация дидактических объектов в активизации учебной деятельности: электронный ресурс / Н.Н. Манько, режим доступа до статті: <http://izvestia.asu.ru/2009/2/peda/TheNewsOfASU-2009-2-peda-04.pdf>
4. Рапуто А.Г. Визуализация как неотъемлемая составляющая процесса обучения преподавателей: электронный ресурс / А.Г.Рапуто, режим доступа до статті: http://www.rae.ru/meo/pdf/2010/05/2010_05_77.pdf
5. Соболева Ю.П. Альтернативные виды подачи лекционного материала: электронный ресурс / Ю.П. Соболева, режим доступа до статті: http://www.confcontact.com/20102911/1_sobol.htm

Анотація. У статті розглядається питання необхідності та доцільності візуалізації навчального матеріалу. Висвітлюються поняття процесу візуалізації, візуальної моделі, візуального мислення, візуального навчального матеріалу, комп'ютерної візуалізації. Розглянуті деякі методи та види візуалізації інформації.

Ключові слова: візуалізація, наочність, методи візуалізації, комп'ютерна візуалізація.

Аннотация. В статье рассматривается вопрос необходимости и целесообразности визуализации учебного материала. Освещаются понятия процесса визуализации, визуальной модели, визуального мышления, визуального учебного материала, компьютерной визуализации. Рассмотрены некоторые методы и виды визуализации информации.

Ключевые слова: визуализация, наглядность, методы визуализации, компьютерная визуализация.

Abstract. The paper discusses the necessity and feasibility of imaging study material. Highlights the concept of process visualization, visual models, visual thinking, visual learning material, computer visualization. Some methods and types of information visualization.

Keywords: visualization, types of information visualization, computing visualization.

УДК 52

О.М. Дудка

Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка

ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ З АСТРОНОМІЇ ТА ЇХ ВИКОРИСТАННЯ У НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ

В умовах інтенсивної комп'ютеризації сучасної освіти розробляються нові освітні ресурси для підтримки природничих дисциплін у загальноосвітніх та вищих навчальних закладах.

Електронна форма подання інформації – це спосіб фіксації інформації, який включає її збереження, обробку, розповсюдження та представлення користувачеві за допомогою засобів обчислювальної техніки [1]. Усі застосування визначення «електронні» можна узагальнити за такими ознаками, як подання інформації в цифровому вигляді (текст, звук, зображення статичне або те, що рухається у цифрових форматах), необхідність програмних та апаратних засобів для її сприйняття людиною (тобто, комп'ютерного обладнання та програмного забезпечення), необхідність телекомунікаційних засобів для отримання або розповсюдження інформації [2; 3].

Для повного термінологічного розгляду електронних ресурсів, як нового виду об'єктів навчального опрацювання, необхідно визначити поняття «інформаційний ресурс».

Інформаційний ресурс – це сукупність документів у інформаційних системах (бібліотеках, архівах, банках даних тощо) [4] або сукупність інформаційних продуктів певного призначення, необхідних для забезпечення інформаційних потреб споживачів у визначеній сфері діяльності [5]. Розрізняють інформаційні ресурси державні та недержавні.

Згідно з ДСТУ 7.82-2001 електронні ресурси – це інформаційні ресурси, які керуються комп'ютером, у тому числі ті, які потребують використання периферійного пристрою, підключеного до комп'ютера. Електронними ресурсами є електронні дані (інформація у вигляді чисел, букв, символів, зображень, включаючи графічну інформацію, відеоінформацію тощо, або їх комбінації), електронні програми або об'єднання цих видів в одному ресурсі [6].

До інформаційних ресурсів прийнято відносити наступні:

- новинні стрічки (online-новини);
- підписки на електронні копії періодичних видань (деякі газети і журнали випускають свої повні електронні копії і надають до них доступ);
- доступ до електронних архівів і баз даних, що містять інформацію з найрізноманітніших питань;
- аналітичні звіти і дослідження (замість того, щоб надавати клієнту доступ до баз даних, компанія може сама, за замовленням клієнта, провести аналіз наявних в базі матеріалів та підготувати для клієнта звіт по його питанню);

- власні аналітичні матеріали і прогнози (поряд з аналізом баз даних, компанія може своїми силами аналізувати ринки, політичну та економічну ситуацію і робити свої прогнози та дослідження).

Серед усіх інших інформаційних ресурсів окреме місце посідають освітні електронні ресурси, які безпосередньо стосуються освіти, навчального процесу чи то окремої предметної галузі.

Таким чином, *освітні електронні ресурси* (ОЕР) – це інформаційні ресурси, що можуть мати вигляд текстових, графічних, звукових, відео даних або їх комбінацій, які відображають певну предметну галузь освіти та призначені для забезпечення процесу навчання особистості, формування її знань, умінь та навичок.

Освітні електронні ресурси повинні:

- 1) характеризуватися повнотою матеріалу;
- 2) відповідати дидактичним принципам;
- 3) забезпечувати якість методичного інструментарію та якість технічного виконання;
- 4) мати професійне художнє оформлення.

Сучасний період розвитку суспільства характеризується зростанням значущості інформатизації освіти. Одним із пріоритетних напрямків інформатизації освіти є застосування нових комп'ютерних технологій до конкретного навчального предмету. Це визначає необхідність використання інформаційних технологій у навчанні астрономії.

Астрономія займає важливе місце в системі природничих наук, оскільки викладання астрономії невіддільне від завдання формування у слухача розуміння місця і ролі людини у Всесвіті. Астрономічні знання лежать в основі наукового світогляду, формують наукову картину світу, знайомлять з сучасними уявленнями про структуру Всесвіту і з фізичними процесами, що відбуваються в ньому.

В умовах інтенсивної комп'ютеризації сучасної освіти розроблені нові інформаційні технології для підтримки науково - природничих дисциплін у вищих та загальноосвітніх навчальних закладах: електронні підручники, мультимедіа, анімації, моделі та ін. Тим не менше, проблема нестачі вітчизняних програмних засобів для вивчення астрономії поки не вирішена. Інтернет відкриває доступ до нових джерел наукового знання - інтерактивних комп'ютерних моделей, які суттєво розширюють і збагачують освітнє середовище. У зв'язку з цим, актуальним стає завдання застосування зарубіжних інтерактивних комп'ютерних моделей та розробки теоретичних і практичних основ методики їх використання з метою оснащення курсу астрономії новими навчальними засобами.

Інтерактивні комп'ютерні моделі - нові інформаційні технології, що поєднують статичну візуальну інформацію (текст, графіку, колір) і динамічну (анімацію), що дозволяє створювати динамічні образи в різних інформаційних поданнях. Інтерактивність надає користувачу (школяру, студенту, вчителю)

активну позицію при роботі з комп'ютерною моделлю, дозволяє в певних межах керувати відображення інформації, надає можливість вибору індивідуальних шляхів і темпу вивчення матеріалу. Гармонійне поєднання анімації, графіки, кольору і інтерактивності максимально забезпечує наочно-образне сприйняття навчального матеріалу, розвиває уяву і модельне бачення, мислення, активізує розумову діяльність і ефективність засвоєння матеріалу, підвищує і стимулює пізнавальний інтерес до вивчення предмета.

Таким чином, цей вид комп'ютерних моделей має високий дидактичний потенціал і може бути різноманітно й ефективно використаний у навчально - методичній роботі.

Наразі є ряд досліджень (Н.Н. Гомулина, В.В. Лаптев, І.В. Роберт та ін.)[7], що підтверджують активізацію навчально-пізнавальної діяльності учнів на всіх видах занять при використанні інтерактивних комп'ютерних моделей. Разом з тим, методичні аспекти їх використання у процесі навчання астрономії досліджені, на наш погляд, недостатньо.

Інформатизація освіти висуває перед учителем ряд нових професійних завдань. Одним з найбільш значущих є використання в навчальному процесі нових інформаційних технологій навчання. Майбутній вчитель фізики повинен знати не тільки про нові інформаційні технології по своєму предмету, але і добре розуміти особливості інформаційних потоків в предметній області - астрономії, вміти використовувати їх можливості в процесі навчання школярів фізики та астрономії.

Таким чином, на даний час існують суперечності між:

- можливим ідейним значенням астрономічної освіти у професійній підготовці вчителя фізики;
- високими вимогами до шкільного вчителя щодо вільного володіння інформаційними технологіями і вміння використовувати їх на уроках танедостатнім рівнем готовності випускників педагогічних вузів до використання інформаційних технологій по своєму предмету в майбутній професійній діяльності;
- існуючими потребами сучасного процесу навчання природничих дисциплін у використанні орієнтованих на комп'ютерне моделювання інформаційних технологій, та недостатньою розробкою методики їх застосування;
- психолого-педагогічними і програмними можливостями інтерактивних комп'ютерних моделей танедостатньою кількістю вітчизняних електронних освітніх видань та ресурсів для вивчення астрономії;
- спрямованістю сучасної освітньої системи на активізацію навчально-пізнавальної і навчально-професійної діяльності студентів танедостатньою висвітленістю методів цієї активізації за допомогою застосування інтерактивних комп'ютерних моделей.

Для кращого викладення матеріалу з астрономії вчителю допоможуть різноманітні програми, які краще зможуть показати астрономічне явище.

Наведемо деякі приклади існуючих програм, які може використовувати вчитель при підготовці та проведенні уроків астрономії.

Педагогічний програмний засіб «Астрономія, 11 клас» (рис. 1), надає можливість організувати самостійну роботу учнів як у класі, так і у позаурочний час, здійснювати контроль і самоконтроль за допомогою розгалуженої системи навчальних завдань у традиційній і тестовій формах. Педагогічний програмний засіб є засобом для навчання астрономії в 11 класі загальноосвітніх навчальних закладів. Застосування всіх видів інтерактивних, аудіовізуальних і екранно-звукових засобів навчання спрямовано на розвиток розумових здібностей учнів, що відбувається через оволодіння уміннями розумової діяльності.

Celestia (рис. 2) – безкоштовна програма, що дозволяє користувачеві подорожувати космосом і розглядати об'єкти розмірами від штучних супутників до галактик у трьох вимірах. Основні можливості Celestia: каталог Гіппарха (120 000 зірок); можливість створення фільмів із високою роздільною здатністю до 1920X1080; можливість встановлення будь-якого часу, віддаленого в минуле або майбутнє; орбіти планет (включаючи планети інших зоряних систем), супутників планет, астероїдів, комет і космічних апаратів; можливість показу назв усіх космічних об'єктів (галактик, зірок, планет, супутників, астероїдів, комет) можливість показу назв міст, кратерів, обсерваторій, долин, континентів, гір, морів і інших деталей поверхні; управління кількістю видимих зірок; можливість змінити об'єкт огляду – від 120 градусів до 3.4 секунд дуги; безліч доповнень.



Рис. 1. Вікно ППЗ «Астрономія, 11 клас»

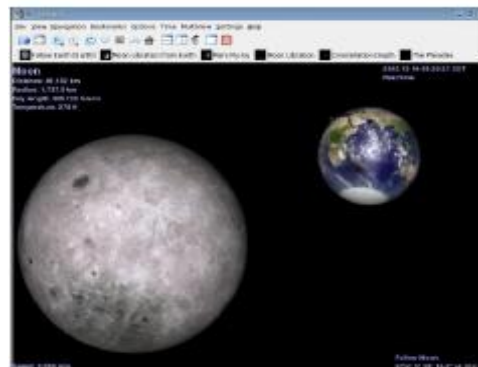


Рис. 2. Вікно програми Celestia

WorldWideTelescope (рис. 3) – безкоштовна програма, що перетворює комп'ютер у віртуальний телескоп. WorldWideTelescope об'єднує велику кількість графічних і супроводжуючих даних, зібраних у найбільших наземних обсерваторіях і космічних телескопах, в єдине ціле, надаючи всім бажаючим доступ до інформації про Сонячну систему, Землю, галактики, туманності та інші космічні об'єкти.



Рис. 3. Вікно програми WorldWideTelescope

Stellarium (рис. 4) – віртуальний планетарій, що містить більш ніж 600 000 зірок у стандартному каталозі програми; планети Сонячної системи з їх головними супутниками; зображення туманностей; Чумацький Шлях; панорамні пейзажі; кульмінації Сонця; затемнення тощо. Передбачено стандартний перспективний, ширококутний (риб'яче око) і сферичний режими проектування; можливість збільшення зображення; управління часом; можливість написання своїх скриптів; управління телескопом; можливість вибору ландшафту або його вимкнення; можливість додавання власних космічних об'єктів, ландшафтів, малюнків сузір'їв.



Рис. 4. Вікно програми Stellarium

Таким чином, на прикладі розглянутих програм видно, що освітні електронні ресурси мають високий дидактичний потенціал і можуть бути ефективно використані в навчальній роботі. Слід, однак, зауважити, що існують не розв'язані проблеми вітчизняних програмних засобів для вивчення астрономії, зокрема: невідповідність навчальній програмі, підручникам та низький рівень

художнього оформлення.

Наразі, електронні ресурси досить широко представлені в мережі Internet, але в наслідок хаотичності їх розміщення та труднощі, які виникають при пошуку необхідної інформації, процес підготовки вчителя до уроку займає багато часу. Виходячи з цього нами був розроблений сайт «На допомогу вчителю: Астрономія», де ми здійснили спробу зібрати та структурувати різноманітну інформацію з астрономії згідно з навчальними програмами. На нашу думку сайт стане у нагоди сучасному вчителю, у його навчально-методичній діяльності.

На допомогу вчителю астрономії нами був розроблений сайт «На допомогу вчителю, Астрономія». Так як на сьогодні не всі вчителі вміють добре орієнтуватися в мережі Інтернет і для того щоб підготуватись до уроку їм потрібно багато часу. Тому мета нашого сайту структурувати інформацію з астрономії і допомогти вчителю в підготовці до уроку.

Література

1. Антопольский А.Б. Электронные издания: проблемы и решения / Антопольский А.Б., Вигурский К.В. // Информационные ресурсы. – 1998. – №1. – С. 19-23.
2. Е-будущее и информационное право / Под ред. Р.А. Калюжного, М.Я. Швеца. – К., Интеграл, 2002. – 264 с.
3. ГОСТ 7.82-2001. Библиографическая запись. Библиографическое описание электронных ресурсов. Общетебования и правила составления: Межгосударственный стандарт. – Минск: Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 2001. – 23 с.
4. Про національну програму інформатизації: Закон України від 4 лютого 1998 року N 74/98-ВР // Відомості Верховної Ради України. – 1998. – N 27-28. – С. 181.
5. Сукиасян Э.Р. Науч. и техн. б-ки./ Дискуссионный клуб «Термин», 2000. – № 6. – С. 113-119.
6. Watstein S.B., ReferenceServicesReview / Watstein S.B., Calarco P.V., Ghaphery F.S.// Digitallibrary: keywords. – 1999. – V. 27, № 4. – P. 344-352.
7. <http://http://gomulina.newhost.ru/>

Анотація. У статті висвітлено огляд сучасних інформаційних ресурсів з астрономії, вітчизняного і закордонного виробництва. Розглядаються найдоступніші програми, які можна використати в підготовці до занять з астрономії.

Ключові слова: Електронна форма подання інформації, інформаційний ресурс, освітні електронні ресурси, інтерактивні комп'ютерні моделі.

Аннотация. В статье освещён обзор современных информационных ресурсов по астрономии, отечественного и зарубежного производства.

Рассматриваются самые доступные программы, которые можно использовать в подготовке к занятиям по астрономии.

Ключевые слова: *Электронная форма представления информации, информационной ресурс, образовательные электронные ресурсы, интерактивные компьютерные модели.*

Summery. *The article provides an overview of modern information resources on astronomy, domestic and foreign. Cited examples the most affordable programs that can be used in preparation for classes in astronomy.*

Key words: *Electronic format of the information, information resources, electronic learning resources, interactive computer model.*

К.П. Корнійко*Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка*

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ НЕВЛАСНИХ ІНТЕГРАЛІВ (за допомогою сервісу «Wolfram Alpha»)

Математика – одна з найдавніших наук, що зародилась на світанку цивілізації. Вона постійно збагачувалася, час від часу істотно оновлювалася і все більше утверджувалась як засіб пізнання закономірностей навколишнього світу. Розширюючи і зміцнюючи свої багатогранні зв'язки з практикою, математика допомагає людству відкривати і використовувати закони природи і є у наш час могутнім рушієм розвитку науки і техніки.

Інтеграл – одне з центральних понять математичного аналізу і всієї математики загалом. Вивчення властивостей, обчислення інтегралів складають основну задачу інтегрального числення. В курсі математичного аналізу при визначенні поняття «визначений інтеграл» припускається, що, по-перше областю інтегрування є скінчений відрізок $[a, b]$; по-друге, підінтегральна функція $f(x)$ неперервна або обмежена і має скінченну кількість точок розриву. Якщо хоча б одна з умов не виконується, то наведене означення визначеного інтеграла стає неприйнятним. Узагальнюючи поняття визначеного інтеграла на ці випадки, приходимо до невластних інтегралів – інтеграла від функції на необмеженому проміжку або від необмеженої функції [2].

В даній статті розглянемо способи обчислення невластних інтегралів, зокрема зупинимось на обчисленні їх за допомогою інформаційно-комунікативних технологій.

Обчислення інтегралів – це одна з операцій, яка застосовується найчастіше. Уміння правильно їх виконувати – це те, що потрібно практично будь-якому математику для ефективної наукової діяльності. Існує багато класичних обчислень невластних інтегралів: за допомогою інтегральних сум, використовуючи інтеграли Ейлера, Фруланні, інтегрування частинами та підстановкою.

Зупинимось на обчисленні невластного інтеграла за допомогою програми «Wolfram Alpha», розробленої у 2009 році Стівеном Вольфрам. Дана програма працює в режимі он-лайн і будь-який користувач в якого є доступ до мережі інтернет може нею користуватися.

Як нам відомо, невластні інтеграли можуть бути збіжними або розбіжними. Розглянемо приклад. Покажемо обчислення невластного інтеграла класичним способом та за допомогою даної програми [1].

Класичний спосіб. Для зручності розіб'ємо даний інтеграл на два інтеграли [3].

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2+1} dx = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{x^2+1} dx + \int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2+1} dx = \arctg x \Big|_{-\infty}^0 + \arctg x \Big|_0^{+\infty} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$$

Даний інтеграл збіжний і його значення дорівнює π .

За допомогою «Wolfram Alpha». Для початку введемо даний інтеграл в рядок пошуку рис. 1.



Рис. 1

Натиснувши Enter ми отримаємо вікно (рис.2), якому вже знайдено числове значення інтегралу.

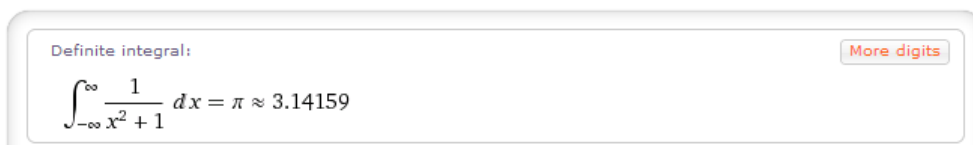


Рис. 2

Отже, даний інтеграл є збіжним.

Тепер переконаємося, що підінтегральна функція не має точок розриву. Побудуємо даний графік. В рядок пошуку, використовуючи вкладку для побудови графіків, вводимо умову рис. 3.



Рис. 3

Отримаємо рис. 4.

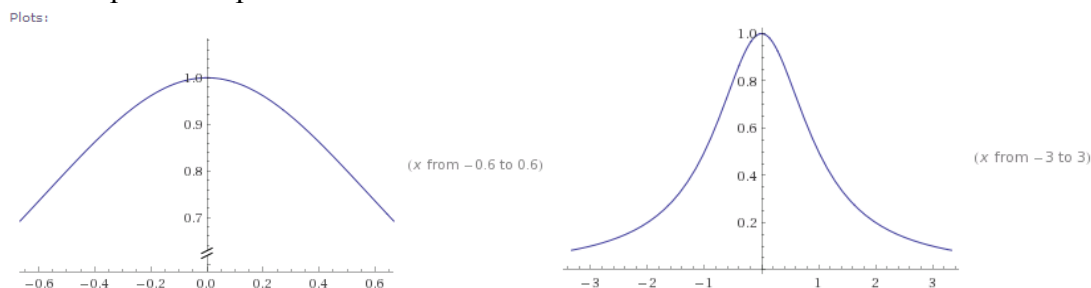


Рис. 4

На першому малюнку ми бачимо графік на відрізку від $(-0,6; 0,6)$, на другому – $(-3; 3)$.

Наступним розглянемо приклад невластного інтеграла першого роду, який не виражається через елементарні функції: $\int e^{-x^2} dx$ (інтеграл, який не береться) рис. 5.

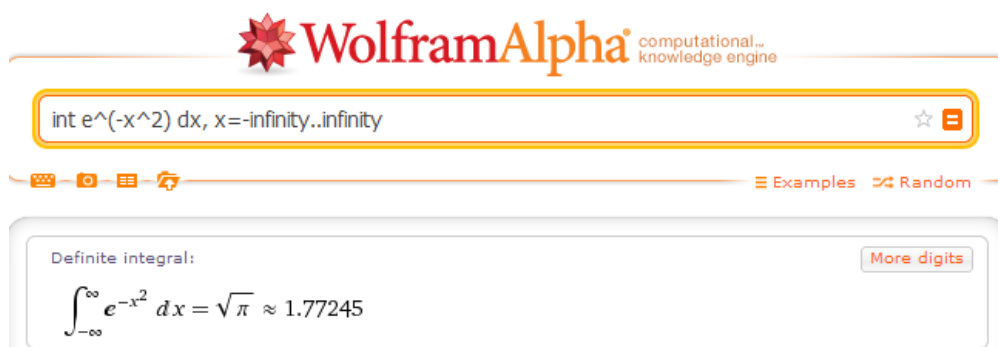


Рис. 5

Отже, інтеграл збіжний.

За допомогою даної програми можна знаходити і невластні інтеграли другого роду. Розглянемо інтеграл $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$. Побудувавши графік функції, ми переконалися, що $x=0$ є точкою розриву рис. 6 [3].

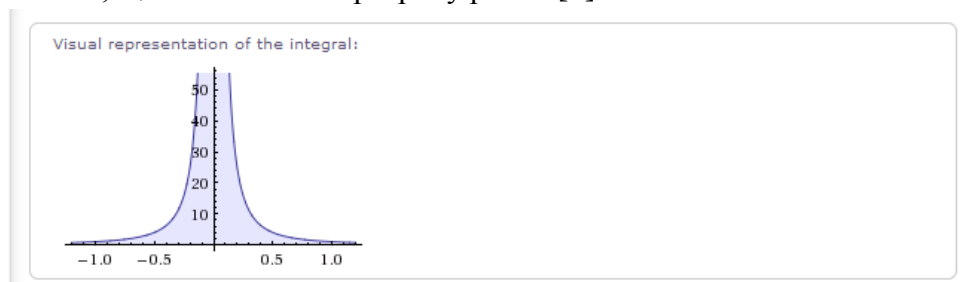


Рис. 6

Для початку спробуємо обчислити класичним способом.

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx &= \int_{-1}^0 \frac{1}{x^2} dx + \int_0^1 \frac{1}{x^2} dx = \lim_{\varepsilon_1 \rightarrow +0} \int_{-1}^{-\varepsilon_1} \frac{1}{x^2} dx - \lim_{\varepsilon_2 \rightarrow +0} \int_{\varepsilon_2}^1 \frac{1}{x^2} dx = \lim_{\varepsilon_1 \rightarrow +0} \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_{-1}^{-\varepsilon_1} + \lim_{\varepsilon_2 \rightarrow +0} \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_{\varepsilon_2}^1 = \\ &= \lim_{\varepsilon_1 \rightarrow +0} \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) + \lim_{\varepsilon_2 \rightarrow +0} \left(-1 + \frac{1}{\varepsilon_2} \right) = +\infty + \infty = \infty \end{aligned}$$



Рис. 7

Як бачимо інтеграл є розбіжним рис.7.

На завершення, звернемо увагу на очевидні недоліки і переваги сервісу.

Найголовніший недолік – необхідність перевірки відповідей. Оскільки неправильні відповіді трапляються, то контролювати необхідно кожну з них. По-друге, опускаються проміжні кроки, тобто не бачимо самого обчислення. В результаті отримуємо лише числове значення. Третій недолік – програма не спрощує вирази, в результаті, можна отримати неправильну відповідь.

Переваги сервісу: безкоштовність, можливість використання з мобільного пристрою, можливість швидкої перевірки відповідей, одержання точних відповідей (переважно повних і правильних).

Отже, пропонуємо всім зацікавленим читачам ознайомитись з «Wolfram Alpha» та використовувати у її у своїй діяльності.

Література

1. Інтернет-ресурс [Шляхи вирішення інтегралів]. – Режим доступу: <http://www.wolframalpha.com>
2. Інтернет-ресурс [WolframAlpha]. – Режим доступу: <http://ru.wikipedia.org/wiki/WolframAlpha>
3. Виноградова И.А. Математический анализ в задачах и упражнениях (несобственные интегралы и ряды Фурье)/ И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий. – М.: Факториал, 1998. – 512 с.

Анотація. В даній статті розглянуто один зі способів обчислення невласних інтегралів за допомогою інформаційних технологій. Розглянуто приклади.

Ключові слова: невласний інтеграл, «Wolfram Alpha».

І.О. Крутько

Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка

ВИКОРИСТАННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ПРИ НАВЧАННІ ГЕОМЕТРІЇ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ

Постановка проблеми. Бурхливий розвиток програмно-технічних засобів створення, збереження й обробки інформації в світі дедалі швидше змінює орієнтації сучасного суспільства. Входження інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) у різні сфери діяльності людини не оминає галузь освіти. В зв'язку з цим особливого значення набуває переорієнтація мислення сучасного учителя на усвідомлення принципово нових вимог до його педагогічної діяльності, зокрема, готовність використовувати ІКТ як допоміжний навчальний ресурс.

Не секрет, що сформовану практику викладання математики характеризують традиційне вивчення математичних формул, абстрактність математичних понять, які зазвичай запам'ятовуються механічно.

На уроках математики заявлена проблема в якійсь мірі може бути вирішена шляхом використання комп'ютерних технологій, які, по-перше, мають у своїй основі чіткий алгоритм дій учня. Але не кожен, вивчивши правила, може ними користуватися. Використання алгоритмів, схем-карт, таблиць, тобто орієнтувальних схем, впорядковує процес навчання і успішно використовується за кордоном. По-друге, у зв'язку з гострою проблемою економії часу в ході навчального процесу перед сучасною школою також ставиться завдання знайти засоби і прийоми навчання, що дозволяють максимально зекономити час на уроці. На наш погляд, використання комп'ютера на уроках і є одним з таких засобів. По-третє, навчання з використанням ІКТ, – це рівнева диференціація.

Сьогодні залишається відкритим питання: «Як же найефективніше використовувати потенційні можливості сучасних інформаційних і комунікаційних технологій при навчанні школярів, у тому числі, при навчанні математиці?». Тому методична проблема, над якою ми будемо працювати, це - «Використання інформаційно-комунікаційних технологій на уроках математики, зокрема, на уроках геометрії»[6].

Аналіз актуальних досліджень і публікацій. Проблеми, пов'язані з розробкою й упровадженням систем динамічної математики, програм, призначених для роботи з різними шкільними темами, у навчальний процес загальноосвітніх навчальних закладів розглядалися в роботах М. І. Жалдака [1; 2; 3], Ю. В. Горошка, Є. Ф. Вінниченка, С. А. Ракова [4], Д. А. Покришеня, В. П. Гороха, Л. В. Грамбовської, В. В. Пікалової, Т. Г. Крамаренко, В. М. Ракути [5] та інших. Переважна більшість робіт присвячена, в основному, знайомству з функціональними можливостями таких програм, як Gran1W, Gran2D, Gran3D, DG, DERIVE, Advanced Grapher і методикою їх використання

для розв'язування різного типу математичних задач. З різних причин використання систем динамічної математики, розроблених в інших країнах (Cabri Geometry, GeoGebra, Geometer's Sketchpad (GSP), «Живая математика», Kig, KSEG, GEONExT тощо), якщо і зустрічається, то є безсистемним. Фактично відсутнє відповідне науково-методичне і дидактичне забезпечення їх застосування у системі освіти України. Тому GeoGebra та GEONExT заслуговують на особливу увагу, з точки зору можливостей використання їх при навчанні математики в основній школі [1; 2; 3; 4; 5].

Виклад основного матеріалу. Інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ) – це сукупність методів, виробничих процесів та програмно-технічних засобів, об'єднаних у технологічний ланцюжок, що забезпечує виконання інформаційних процесів з метою підвищення їхньої надійності та оперативності і зниження трудомісткості ходу використання інформаційного ресурсу.

На жаль, жоден сучасний програмний продукт з математики не може вважатися універсальним. Відтак є необхідність звертатися до різних математичних програм. Основними класами математичних пакетів є:

- пакети динамічної геометрії - інтерактивні системи для конструювання та маніпулювання геометричними моделями з динамічними вимірюваннями та обчисленнями їх характеристик.
- спеціалізовані системи для підтримки окремих видів математичної діяльності або розв'язання вузького кола проблем (наприклад, проведення статистичних досліджень, дослідження груп симетрії, пошук золотого перерізу у зображеннях, побудова моделей многокутників тощо) [7].

У кожному класі існують світові лідери за популярністю, зручністю інтерфейсу, спектром можливостей та базою реалізованих інструментів. Найбільш вживані з них:

- DG, GeoGebra, Geometer's SketchPad, Geometry Expressions, Wingeon, GEONExT, Cabri 3D;
- Derive, MathCAD, Maple, Mathematica, Mathlab;
- Graph, Poly, Fathom, Stella, Euler 3D, Tess, The Silicon Mirror & Kaleidoscope, PhiMatrix.

Як приклад, для детального аналізу ми обрали програми GeoGebra та GEONExT, що є одними з вільно розповсюджуваних пакетів комп'ютерної математики та поєднують можливості динамічної геометрії з аналітичними обчисленнями.

Програма GeoGebra виникла в 2002 році як дипломний магістерський проект Маркуса Хохенватера під час його навчання в університеті Зальцбурга. Вона була розроблена з метою поєднання можливостей програм динамічної геометрії (наприклад: Cabri Geometry, Geometer's Sketchpad) і систем комп'ютерної алгебри (наприклад: Derive, Maple) в одній простій у використанні системі, призначеній для вивчення і викладання математики. На

даний момент GeoGebra – це вільний педагогічний програмний продукт, призначений для вивчення і викладання математики в середніх і вищих навчальних закладах, який поєднує динамічну геометрію, алгебру, математичний аналіз і статистику. Остання стабільна версія GeoGebra пропонує кілька динамічно пов'язаних між собою представлень математичних об'єктів: графічне, алгебраїчне та табличне [5].

Динамічне математичне програмне забезпечення GEONExT відкриває нові можливості для викладання та навчання на уроці математики. Воно дає візуальну підтримку, яка не може бути реалізована на папері або дошці за допомогою олівця і традиційних креслярських інструментів.

Програмне забезпечення GEONExT може всебічно використовуватися на всіх щаблях середньої школи аж до вивчення початків аналізу, при підготовці майбутніх вчителів, також в якості самостійної програми або в рамках навчальних середовищ на базі HTML.

Як самостійний засіб навчання GEONExT служить інструментом для побудови геометричних конструкцій. Для цього GEONExT розташовує креслярську поверхню і використовує різні інструменти для виконання побудов. На відміну від малюнків на папері конструкції, виконані з GEONExT, можна як завгодно варіювати і динамічно змінювати.

GeoGebra та GEONExT мають велике число спільних можливостей таких як моделювання геометричних побудов:

- створення побудов за допомогою комп'ютерних аналогів циркуля та лінійки;
- дослідження отриманих результатів;
- проведення вимірювань.

Переваги цих програм – миттєва зміна всіх залежних побудов при зміні деяких вихідних параметрів. Створення живих і наочних ілюстрацій, інтерактивних і динамічних навчальних посібників, довідників і експертних систем, використання коментарів, кнопок, підказувань і гіперпосилань. Організація комп'ютерних експериментів і досліджень, висування і візуальна перевірка гіпотез.

Як приклад розглянемо комп'ютерні моделі у програмному забезпеченні GeoGebra та GEONExT, наведені на рис. 1 та рис. 2 відповідно. Комп'ютерну модель наведену на рис. 1 можна використовувати як електронний інтерактивний наочний посібник під час вивчення теми «Квадратична функція» у 9-му класі як динамічну таблицю. При зміні значень параметрів a , b , c (за допомогою повзунків 1, 2, 3 (рис. 1)) зазнають відповідних змін графік функції і формула (завдяки використанню динамічного тексту (4 на рис. 1)), що йому відповідає.

Аналогічну динамічну конструкцію можна зробити із використанням GEONExT.

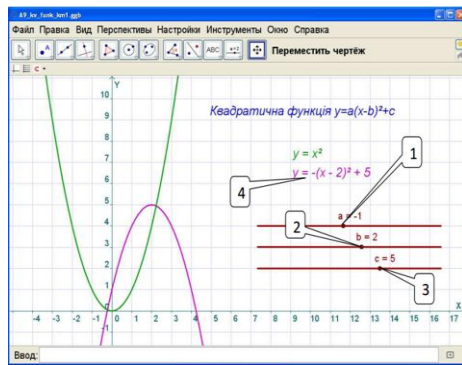


Рис. 1

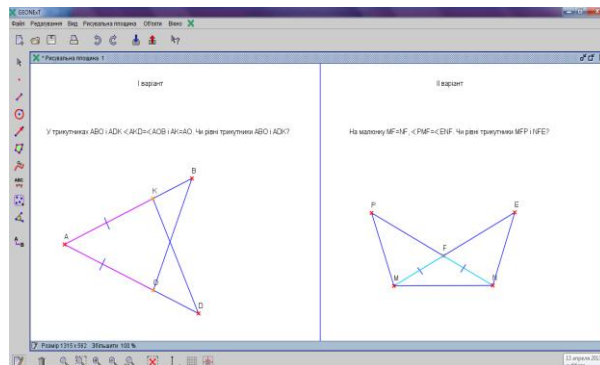


Рис. 2

Динамічні конструкції використовуються найчастіше для створення проблемних ситуацій при вивченні нового матеріалу. Але програма GEONExT і GeoGebra можуть використовуватись на різних уроках: під час первинного засвоєння, під час розв'язування задач, для проведення контролю тощо.

Як засвідчує досвід найбільшу складність при вивченні геометрії в 7 класі викликає тема «Трикутники», зокрема «вміння бачити» рівні елементи трикутників на малюнку і застосовувати до них відповідні ознаки рівності. Тому доцільним є використання задач за готовими малюнками, які дозволяють навчити учнів виділяти суттєве в умові задачі.

Як приклад можна розглянути такі задачі, наочний супровід яких створюється за допомогою програми GEONExT.

Комп'ютерну модель наведену на рис. 2 можна використовувати у 7 класі при вивченні теми «Трикутники», а саме «Ознаки рівності трикутників». Її використовують для наочності, як завдання за готовим малюнком.

Висновки. Таким чином, пакети динамічної геометрії GeoGebra та GEONExT сприяють організації навчальних досліджень на уроках геометрії. Протягом навчального дослідження учні застосовують отриманні знання, уміння та навички для дослідження геометричних моделей, відкриття закономірностей, їх експериментальної перевірки, побудови контрольних прикладів. Також це яскравий зразок того, наскільки ефективним та зручним може бути використання ІКТ під час викладання в школі.

Література

1. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики. Посібник для вчителів / М.І.Жалдак. – К.: Техніка, 1997. – 303 с.
2. Жалдак М. І. Прикладне програмне забезпечення навчального призначення / М.І.Жалдак // Інформатика – 2001. - №47.
3. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики: Посібник для вчителів / М.І.Жалдак. – К.: РННЦ “Дініт”, 2003. – 324 с.
4. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: Монографія / С.А.Раков. – Х.:Факт, 2005. – 360 с.
5. Ракута В. М. Бібліотека комп'ютерних моделей, як необхідна складова сучасного навчального середовища. / Ракута В. М. // Наукові записки. —

- Вип. 98. – Серія: Педагогічні науки. — Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2011. — С. 246–249.
6. Рамський Ю.С. Про роль математики і деякі тенденції розвитку математичної освіти в інформаційному суспільстві / Ю.С.Рамський, К.І.Рамська // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наукових праць / Редрада.-К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2008. – №6(13). – 182 с. (С.12-16).
7. Триус Ю.В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання: Монографія / Ю.В.Триус. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.

Анотація. Розглянуто питання, пов'язані з використанням інноваційних інформаційних технологій у навчанні. У статті проаналізовано функціональні можливості GeoGebra та GEONExT з точки зору інноваційності та перспектив їх використання у процесі вивчення математики. Наведено приклади використання інтерактивних комп'ютерних моделей, створених за допомогою GeoGebra та GEONExT, у процесі вивчення геометрії 7 класу.

Ключові слова: система динамічної математики, GeoGebra та GEONExT, інформаційно-комунікаційні технології.

Аннотация. Рассмотрены вопросы, связанные с использованием инновационных информационных технологий в обучении. В статье проанализированы функциональные возможности GeoGebra и GEONExT с точки зрения инновационности та перспектив их использования в процессе изучения математики. Приведены примеры использования интерактивных компьютерных моделей, созданных с помощью GeoGebra и GEONExT, в процессе изучения геометрии 7 класса.

Ключевые слова: система динамической математики, GeoGebra и GEONExT, информационно-коммуникационные технологии.

О.В. Семеніхіна, О. Кушнерьов*Сумський державний педагогічний університет ім. А.С. Макаренка***АВТОМАТИЗАЦІЯ ПОШУКУ В ЕЛЕКТРОННІЙ БІБЛІОТЕЦІ**

В умовах соціально-економічних змін, які відбуваються в нашій країні, розробка та впровадження інноваційних технологій у навчальний процес є одним із вагомих шляхів удосконалення рівня освіти. Питанням, пов'язаним зі створенням та використанням електронних засобів навчання присвячена велика кількість досліджень. Увага науковців зорієнтована на впровадження ефективних інформаційних педагогічних технологій навчання, створення нової системи інформаційного забезпечення освіти, розробку автоматизованих навчальних систем тощо.

Бурхливий розвиток інформаційних технологій призвів до того, що сучасна молодь наразі не уявляє своє життя і, зокрема, навчання, без комп'ютерів, ноутбуків, смартфонів. Як правило, їх використовують для пошуку та опрацювання інформації. І все частіше замість роботи з друкованими джерелами активно використовуються їх електронні аналоги.

В Україні є досить значний досвід використання комп'ютерних технологій в навчальному процесі. Розроблена і використовується певна кількість педагогічних програмних засобів різного рівня складності та призначення. Аналіз ринку електронних навчальних продуктів свідчить, що вони представлені трьома групами: видання для підтримки та розвитку освітнього процесу; інформаційно-довідникові джерела; видання загальнокультурного характеру. Більшість вчителів для вирішення завдань навчально-виховного процесу часто застосовують такі види електронних освітніх ресурсів як презентації, тести, електронні підручники, навчально-методичні комплекси тощо. В останні роки спостерігається розвиток електронних навчальних баз даних, автоматизованих бібліотечних систем тощо.

Сучасні університетські фонди за браком коштів не завжди можуть поповнюватися достатньою кількістю навчальних видань. Разом з цим потреби у використанні різного роду електронних навчальних чи методичних матеріалів зростає, тому досить актуальною є проблема пошуку і дослідження «оцифрованих» статей, які є в обмеженій кількості і лише в друкованому вигляді.

Використання мережі Інтернет забезпечує користувача великою кількістю інформації, через що витрачається велика кількість часу на аналіз і узагальнення знайдених матеріалів, що не завжди є виправданим під час інтенсифікації навчального процесу.

Саме цьому наші дослідження спрямувалися у галузь створення автоматизованої системи, яка б давала змогу здійснювати пошук електронних джерел у власній базі даних за певними параметрами і була при цьому інтуїтивно зрозумілою для пересічного користувача.

Для повноцінного ознайомлення з роботою електронних бібліотек наведемо короткий історичний огляд, проведений Кудіним А.П. [6].

Одним із перших проектів створення бібліотеки електронних версій книг є проект «Гутенберг», започаткований у 1971 р. М.Хартом у Лабораторії дослідження матеріалів Ілінойського університету (США). У середині 1990-х, коли Інтернет став популярним, проект отримав велику підтримку і досяг міжнародних масштабів.

В Європі реалізовано проект «Bibliotheca Universatis», який ставить за мету створення глобальної мережі електронних бібліотек. Започаткований під егідою Ради Європи у 1995 р., проект реалізується під патронатом країн «Великої сімки». Було заплановано сформувати велику розподілену колекцію наукових знань і забезпечити можливість надання доступу до неї користувачам через всесвітню мережу.

Певного прогресу досягнуто в Росії, де є досить «ліберальний» підхід до проблеми авторського права. Наприклад, «Библиотека Максима Мошкова», яка створена на аматорських засадах, є однією з найбільших електронних бібліотек Росії й світу. Започаткована у 1994 році, вона поповнюється електронними документами, що надсилаються авторами, зацікавленими довести свою інтелектуальну продукцію до світової спільноти засобами Інтернету та користувачами-ентузіастами.

Варта уваги і «Национальная электронная библиотека» (НЕБ) Росії – найбільший у світі електронний архів російськомовних документів, матеріалів газет, журналів, радіо- і телестанцій, а також інформаційно-аналітичних агенцій Росії, країн СНД, Балтії та далекого зарубіжжя. Проект зародився в 1994 р. як проект Національної служби новин Росії, де проблема авторського права розв'язувалася у рамках єдиного інформаційного об'єднання.

Наукова бібліотека Конгресу США (англ. TheLibraryof Congress) – одна з найбільших електронна бібліотек світу. Вона розташована у Вашингтоні і обслуговує урядові органи, дослідницькі установи, науковців, приватні фірми, промислові компанії, школи. Загальний обсяг фондів Бібліотеки нараховує понад 138 мільйонів одиниць збереження.

В Україні однією з перших ініціатив у цьому напрямі стає рішення інформаційно-бібліотечної ради Національної Академії Наук (НАН), в якому доручили Науковій бібліотеці України ім. В. Вернадського (НБУВ) організувати передачу в науково-дослідні установи НАН України копій електронного каталогу і відповідно установам організувати передачу до НБУВ своїх загальнодоступних електронних інформаційних ресурсів (каталоги і картотеки, комп'ютерні файли-верстки академічних журналів, електронні версії праць співробітників науково-дослідних установ) для створення електронної наукової бібліотеки НАН України.

До кращих українських бібліотечних фондів навчальної літератури на електронних носіях належать:

- національна бібліотека України імені Вернадського:
<http://www.nbuv.gov.ua/>;
- національна парламентська бібліотека України:
<http://nplu.org/>;
- національна бібліотека імені М. Максимовича:
<http://www.library.univ.kiev.ua/ukr/title4.php3>;
- національна бібліотека імені Денисенка при КІП:
<http://www.library.kpi.ua/>;
- національна бібліотека Києво-Могилянської академії:
<http://www.library.ukma.kiev.ua/>;

За своєю суттю електронні бібліотеки обов'язково містять пошукові системи в спеціалізованих базах даних. Як правило, у відповідь на запит користувача видається список посилань, де може бути присутньою запитувана інформація. Зазвичай пошук здійснюється за словами та фразами, проте в деяких системах і каталогах можна скористатися складними запитом на спеціальній мові [1].

Алгоритми роботи «пошукових роботів» можуть відрізнятися між собою, проте принципи дії у них подібні [7;8].

1. Будь-який пошуковий робот починає сканування бази з якоїсь певної адреси.
2. Пошуковий робот створює копії знайдених документів на відведеному місці.
3. Пошуковий робот переглядає кожен збережений документ, виділяючи для себе всі гіперпосилання, розміщені в ньому.
4. Пошуковий робот переходить за знайденими гіперпосиланнями на нові сторінки.
5. Після збереження копій знайдених документів весь процес повторюється.

З відсканованих пошуковими роботами сторінок створюється база даних. Все, що проіндексоване пошуковою системою, потрапляє в цю базу, і дозволяє користувачеві, який подав запит на пошук необхідної інформації, миттєво отримати посилання на цю інформацію.

Інформація в Internet-каталоги, так само як і традиційні бібліотечні фонди, заноситься обслуговуючим персоналом каталогу. Користування електронними бібліотеками безкоштовне, тому в даний час це найдоступніший і демократичний вид інформаційних ресурсів [1].

Разом з цим робота пересічного студента з БД бібліотеки не завжди доступна або не завжди зручна через незрозумілий інтерфейс або спеціалізоване середовище, яке вимагає додаткового часу на вивчення роботи в ньому. Проведений аналіз електронних бібліотечних фондів СумДПУ ім. А.С.Макаренка не завжди дозволяє використати («закачати») електронний навчальний ресурс, тому постає задача не тільки розробки інтуїтивно-зрозумілої оболонки, а і

безпосереднього поповнення БД відповідним електронним навчальним матеріалом.

Схематичне представлення авторської електронної бібліотеки з автоматизованим виводом цифрових освітніх ресурсів можна подати у вигляді графа (рис.1).

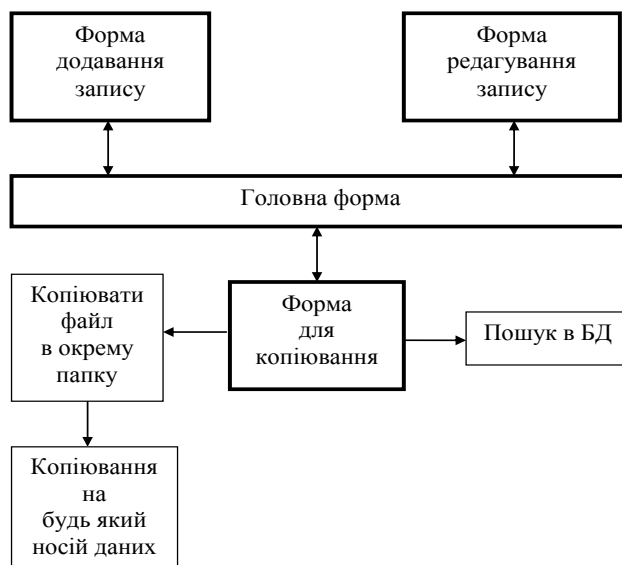


Рис. 1.

Майже кожен комп'ютер містить встановлену ОС Windows і стандартний пакет MS Office, який містить вбудоване середовище опрацювання БД Access. Тому наша розробка спиралася саме на бази даних такого типу.

Через авторську оболонку, яка написана мовою Delphi і має зрозумілий інтерфейс та не вимагає додаткових знань мови SQL, створюється база даних цифрових ресурсів. В базу даних вносяться документи різних форматів (*.doc, *.txt, *.jpeg тощо) із зазначенням полів «Категорія», «Автор», «Назва», «Рік видання», «Номер випуску», «Ключові слова», «Шлях до файлу».

На рис.2 подано головну форму існуючої бази. На рис. 3-6 можна побачити форму додавання запису, яка містить поля «Категорія», «Автор», «Назва», «Рік видання», «Номер випуску», «Ключові слова», «Шлях до файлу».

Категорія	Автор	Назва статті	Год издания	Номер выпуска	Ключевые слова	Открыть файл
Газета	Марина Максименко	Основи програмування мовою C++	2010	1-2	C++	K:\Газета Інформ
Газета	Ірина Анель	Комп'ютерний калейдоскоп	2011	1-2	Калейдоскоп	K:\Газета Інформ

Параметри пошуку

Виберіть параметр пошуку:

Введіть слово для пошуку:

Параметри редагування

Форма для додавання запису

Форма для редагування запису

Форма для копіювання файлів

Вивести всі записи таблиці

Рис. 2

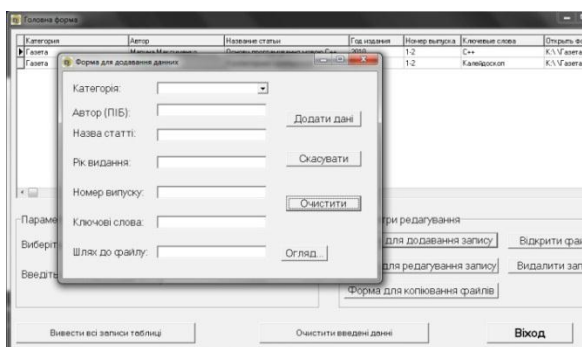


Рис. 3

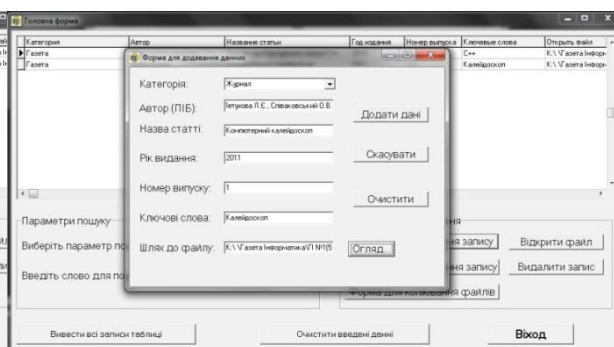


Рис. 4



Рис. 5

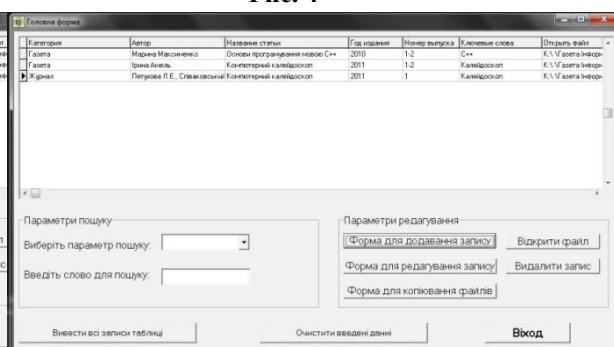


Рис. 6

Пошук матеріалів в оболонці здійснюється за значеннями полів «Категорія», «Автор», «Назва статті», «Рік видання», «Номер випуску», «Ключові слова» разом з виводом знайдених матеріалів в окрему папку (рис 7-10).

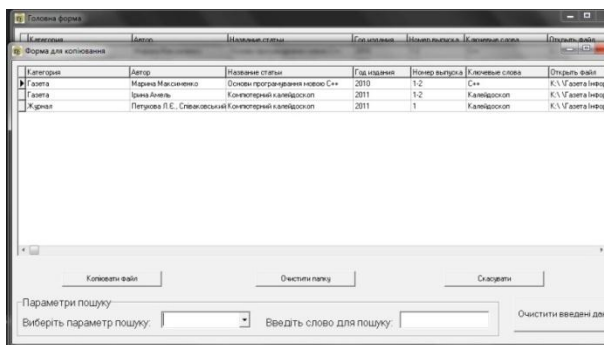


Рис. 7

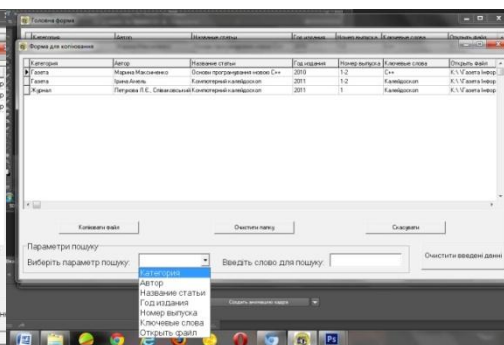


Рис. 8

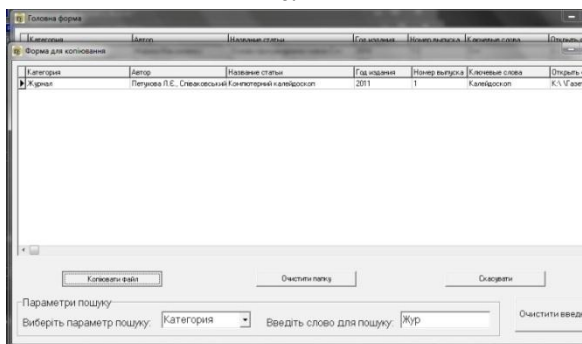


Рис. 9

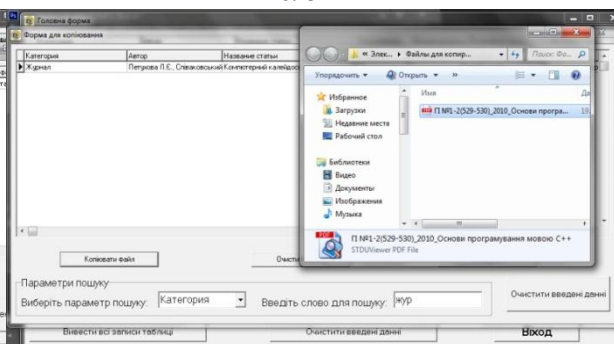


Рис. 10

Після знаходження потрібних матеріалів їх можна або відразу переглянути на екрані монітора (рис.11-12), або скопіювати для подальшого перегляду на власний носій даних.

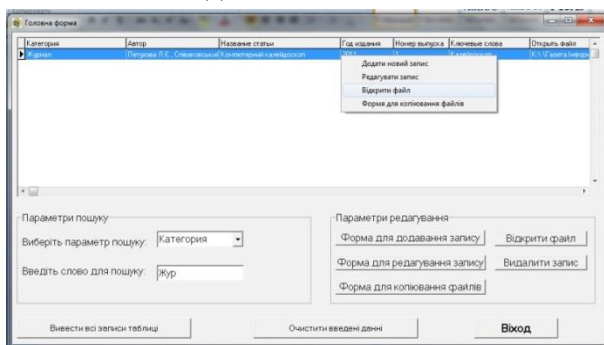


Рис. 11

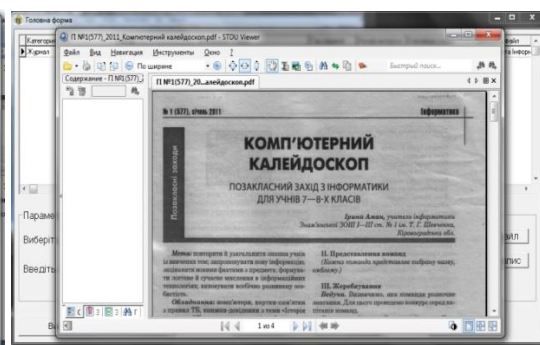


Рис. 12

Висновки. Збільшення з кожним днем кількості даних у інформаційному просторі з необхідністю зумовлює розробку і впровадження спеціалізованих середовищ для їх опрацювання. Серед таких програмних засобів варто виділити оболонки, призначені для здійснення пошуку за певним ключем.

В інтернеті функціонує велика кількість пошукових систем, які опрацюють існуючі й нові інформаційні ресурси. Основні принципи роботи таких систем, зокрема, обов'язкове сканування бази, створення копій знайдених документів у певному місці, мають бути враховані при створенні оболонки, яка б у відповідь на запит користувача здійснювала пошук необхідного ресурсу, розміщеного в окремій базі.

Обмеженість фінансування навчальних закладів в Україні зумовлює пошуки власних людських інтелектуальних ресурсів для розробки спеціальних оболонок опрацювання даних, що і було реалізовано в роботі.

Створена нами оболонка для електронної бібліотеки містить оцифрований навчальний та методичний матеріал (зокрема, скановані періодичні видання з інформатики, які не можна знайти в мережі інтернет).

Авторська оболонка передбачає не тільки можливість додавання деякого цифрового ресурсу та пошук за ключем, а і вивід потрібної інформації в окрему папку чи на окремий носій для подальшого опрацювання.

Авторська оболонка, написана мовою Delphi і впроваджена в роботу спеціалізованого кабінету інформатики СумДПУ ім.А.С.Макаренка, що сприяє інтенсифікації навчального процесу.

Результати роботи були представлені на IV науково-практичній конференції «Електронних та інформаційних технології» (Львів, 30 серпня – 2 вересня 2012 р.) [5]

Наразі ведеться робота з розширення «території» використання розробленої «електронної бібліотеки» для підтримки дистанційного навчання.

Література

1. Базы данных / [электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.snkey.net/books/delphi/ch4-0.html>
2. Бобровский С. Delphi 7. Учебный курс. – СПб.: Питер, 2004. – 735 с.
3. Когаловский М.Р., Новиков Б.А. Электронные библиотеки – новый класс информационных систем. // Программирование. 2000. № 3. – С. 3-8.
4. Когаловский М.Р. Систематика коллекций информационных ресурсов в электронных библиотеках // Программирование. 2000, № 3. – С. 30-52.
5. Кушнерьов О.С. Електронні бібліотеки з автоматизованим виводом електронних матеріалів // Матеріали IV науково-практичної конференції «Електронні і інформаційні технології», 30 серпня-2 вересня 2012 року, м. Львів. – Львів, Вид-во, 2012. – С. 130-131.
6. Кудін А.П. Інформаційно-комунікаційні технології в навчанні / А.П. Кудін. – Луцьк: СПД Гадяк Жанна Володимирівна, друкарня «Волинь-поліграф»TM, 2012. – 415 с.
7. Принцип работы поисковых систем / [электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://comp-speed.ru/2012/03/30/printsip-raboty-poiskovykh-sistem/>
8. Принципы работы поисковых систем / [электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.info-highsol.ru/seo_poisk.php

Анотація. В статті коротко розглянуто історію виникнення електронних бібліотек, особливості їх функціонування, зазначено про обмеженість доступу до електронних версій друкованих періодичних видань. Наведено функціональну модель роботи авторської бібліотеки з автоматизованим пошуком матеріалів.

Ключові слова: електронна бібліотека, автоматизований пошук.

Аннотация. В статье кратко представлены история возникновения электронных библиотек, особенности их функционирования, указано об ограничении в доступе к электронным версиям печатных периодических изданий. Приведена функциональная модель работы авторской электронной библиотеки с автоматическим поисковиком.

Ключевые слова: электронная библиотека, автоматизированный поиск.

The Abstract. In article is briefly presented history of the electronic libraries, particularities of their operation, is specified restriction in access to electronic version of the printed periodic publishing. The model of the functioning (working) of the author's electronic library with automatic searching is brought.

Keywords: electronic library, automated searching.

УДК 371.64/69:004.9

Н.В. Шамшина*Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГРАММЫ MS ACCESS ДЛЯ СОЗДАНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ

В современном образовательном процессе ярко выражена тенденция слияния обучающих и информационных технологий и формирования на этой основе принципиально новых интегрированных технологий обучения. Наиболее эффективными среди цифровых образовательных ресурсов (ЦОР) считаются электронные учебники и учебно-методические комплексы. Использование электронных учебных пособий позволяет повысить качество обучения, сделать его динамичным, решать несколько задач – наглядность, доступность, индивидуальность, контроль, самостоятельность. Электронное учебное пособие активизирует учебно-познавательную деятельность и позволяет осуществлять дифференцированный подход к каждому ученику, что дает возможность самостоятельно без помощи учителя изучать предлагаемый материал, расширять свой кругозор [1,3].

Для преподавателей-предметников желающих повысить эффективность усвоения разработанного курса большую актуальность приобретает задача создания электронного учебно-методического комплекса, который обеспечивает возможность самостоятельно освоить учебный курс или его раздел и объединяет в себе качества учебника, справочника, задачника и контрольно-диагностической системы. Использование готовых электронных учебников не всегда возможно и не всегда целесообразно. Авторские учебно-методические материалы, наработанные за годы преподавания, дают лучший эффект обучения, так как материал адаптирован для контингента учащихся и ограниченного количества учебного времени.

Несмотря на желание и готовность учителей модернизировать учебный процесс создание и внедрение электронных учебно-методических комплексов затруднено по той простой причине, что это сложно. Простых алгоритмов создания электронного курса по предмету, шаблонов для подготовки ЦОР не существует. Электронные учебники создаются, как правило, в среде HTML с использованием гипертекстовых и мультимедийных технологий с применением таких программных средств как SharePoint Designer, Macromedia Dreamweaver, Microsoft Expression Web, Microsoft Front Page [4]. Поэтому создание интерактивных обучающих Web-материалов кроме знаний предмета и опыта преподавания требует высокого уровня квалификации преподавателя в области современных информационных технологий, практических навыков работы с необходимым программным обеспечением, навыков программирования.

Проблема в том, что опыта и квалификации учителя в программировании обычно не достаточно.

В то же время анализ творческих работ учителей, их мнений на курсах повышения квалификации, на сайтах и форумах Интернета дает основания утверждать, что создание ЦОР без элементов программирования под силу преподавателям разных специальностей.

Большинство преподавателей предметников с большим опытом работы в школе или ВУЗе уже имеют в наличии электронные дидактические и методические материалы. Как правило, это документы, созданные с помощью программ из широко распространенного офисного пакета MS Office: MS Word, MS Excel и MS Power Point. Используют также программы-оболочки для создания компьютерных тестов. Программу MS Access из пакета MS Office предпочитают не осваивать и не видят возможности использовать ее для создания цифровых образовательных ресурсов.

Цель данной статьи – показать возможности использования программы MS Access в учебном процессе, представить пример учебно-методического комплекса, созданного с помощью СУБД Access.

Непопулярность СУБД Access у обычных пользователей объясняется сложностью самой концепции реляционной базы данных с несколькими связанными таблицами. Затруднения возникают при проектировании БД, при определении типов полей, организации связей. Создание объектов формирующих удобный интерфейс для работы с БД также не простой процесс. Можно услышать мнение о том, что в профессиональной деятельности учителя система управления базами данных MS Access не является полезной и серьезно осваивать ее только терять время.

Между тем, универсальность программы, ее гибкость, возможность создавать информационные системы автоматизирующие обработку данных, делают ее весьма удобной для создания учебно-методических комплексов. Такой комплекс может содержать базу знаний с предметной области, которая включает текстовые данные, иллюстрации, схемы, а также базу вопросов и ответов для компьютерного тестирования. С помощью таких объектов как формы, запросы, отчеты, макросы можно создать удобный интерфейс для просмотра и поиска нужной информации, проведения тестирования, автоматического оценивания и просмотра результатов. Применение гиперссылок и внедрения объектов дает возможность использовать информационные объекты любого типа – текст, графику, электронные таблицы, аудиофайлы, видео и т.д. Таким образом, можно создать интерактивную мультимедийную учебную программу с авторским содержанием курса и использовать ее как учебно-методический комплекс.

Преимуществом такого учебно-методического комплекса будет заложенная в СУБД Access возможность расширения и модификации базы данных, возможность запуска программы на всех ПК с установленным пакетом

MS Office, возможность защиты данных и разделения доступа до конкретной информации разным группам пользователей.

При разработке учебно-методического комплекса необходимо учесть требования, которые предъявляются к цифровым образовательным ресурсам и не раз обсуждались в учебно-методической литературе и диссертационных исследованиях связанных с внедрением педагогических программных продуктов [1-3]. Анализ источников дает основания утверждать, что основными и обязательными являются следующие:

требования для базы знаний

- содержание материала должно соответствовать программе курса;
- материал разбит на порции доступные для усвоения;
- сжатое изложение материала, максимальная информативность текста;
- соблюдение принципов наглядности;
- понятный язык и доступное изложение, использование слов и сокращений известных обучающимся;
- интуитивно понятные элементы управления, которые позволяют быстро найти и просмотреть нужный фрагмент;

требования для контрольно-диагностической системы

- возможность осуществлять анализ, давать учителю протокол работы каждого ученика с выводением результатов на экран или на принтер;
- возможность осуществлять самоанализ, после автоматического оценивания давать ученику пояснения ошибок;

требования для любой учебной программы

- соблюдение принципа открытой архитектуры, чтобы дать возможность учителю дополнять и редактировать учебный материал;
- возможность установки и работы программы на компьютере со стандартным программным обеспечением.

Создание учебно-методического комплекса на компьютере трудоемкий и достаточно долгий процесс. Работа осуществляется в несколько этапов: создание файла БД, создание структуры БД, которое подразумевает создание базовых таблиц и организацию связей между таблицами, тестирование БД, создание форм, запросов, отчетов. Однако созданная БД в дальнейшем может использоваться как шаблон. Наполнив базовые таблицы иным содержанием, слегка видоизменив макеты форм и отчетов, получим базу знаний и контрольно-диагностическую систему с другой предметной области.

В качестве примера рассмотрим разработанную в MS Access базу данных (БД), содержание которой соответствует курсу информатики. БД состоит из двух частей: это система тестирования и собственно база данных с предметной области. БД содержит 5 базовых таблиц, 3 запроса, 10 форм, 1 отчет, макросы. Структура БД и схема связей базовых таблиц проиллюстрирована ниже (рис.1).

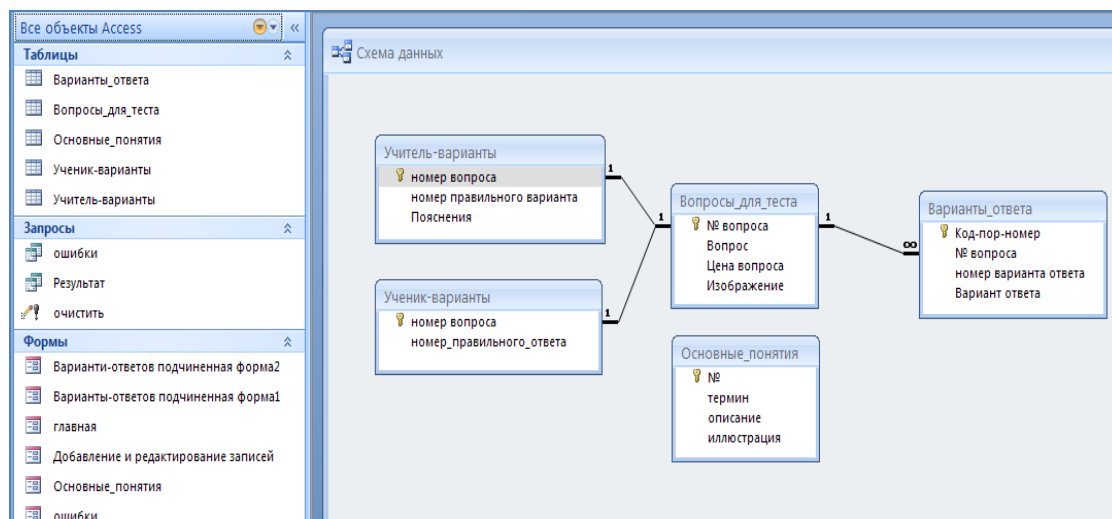


Рис. 1. Структура БД

Таблица «Основные_понятия» содержит материал курса в виде отдельных фрагментов, которые соответствуют терминам и понятиям. Структура таблицы: термин, описание, иллюстрация. Термин – устройство, процесс, параметр и т.д. Описание – определение и краткая характеристика понятия. Иллюстрация – это фотография устройства или схема, которая может пояснять принцип работы, взаимодействие, процесс.

Для заполнения этой таблицы создана разделенная форма «Добавление и редактирование записей» (рис.2). Преимущество разделенной формы в том, что для работы с записями можно использовать как режим одиночной формы, так и режим таблицы. Для удобства в форму помещена командная кнопка «Добавить запись» с внедренным макросом.

Рис.2. Форма «Добавление и редактирование записей»

Одиночная форма «Основные понятия» предназначена для работы с интерактивными схемами, также может использоваться для добавления и редактирования записей. Пример (рис.3) иллюстрирует интерактивную схему устройства компьютера и командную кнопку «6», при щелчке на которой

вызывается дополнительная информация про блок питания компьютера. Для командных кнопок «1»-«10» созданы макросы, которые вызывают форму «Основные понятия» и устанавливают необходимые фильтры.

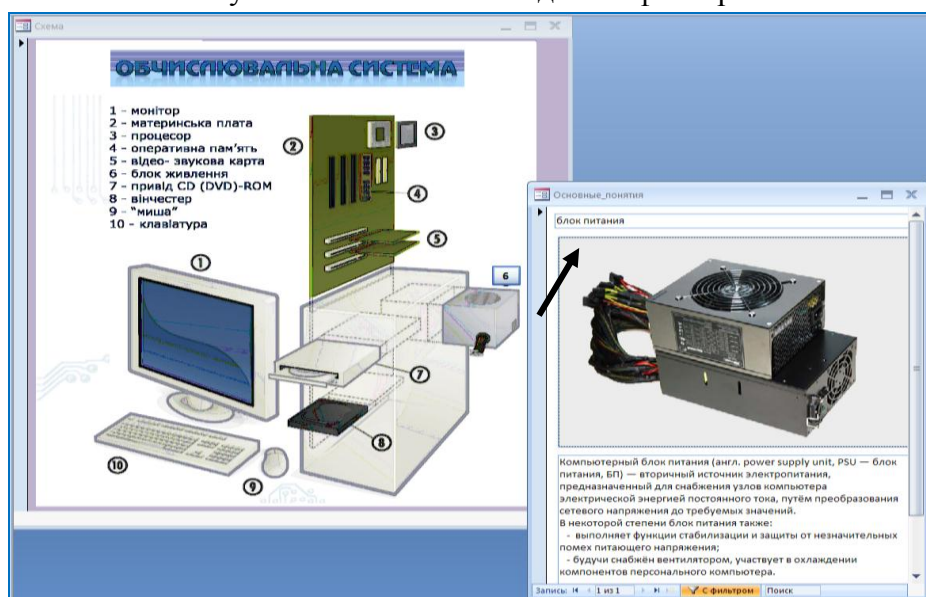


Рис. 3. Интерактивная схема с формой «Основные понятия»

Интерактивные схемы содержат материал на одну тему и могут выглядеть по-разному: классификация периферийных устройств, схема обработки или кодирования данных, этапы создания ЭВМ, ученые информатики и их вклад в науку и т.д. Термин «схема» условный. Это графическое изображение, где кроме Автофигур и рисунков SmartArt могут присутствовать фотографии и текст. Можно использовать отсканированные иллюстрации, картинки с Интернета или создавать схемы с помощью программ для работы с изображениями, можно использовать текстовый процессор. Главное, чтобы схема была информативной и доступной для понимания. Интерактивная схема содержит элементы управления, которые поясняют и детализируют схему. С помощью грамотно организованных интерактивных схем можно в наглядной и доступной форме донести необходимые сведения, активизируя при этом учебно-познавательную деятельность.

Для каждой интерактивной схемы необходима отдельная форма, область данных которой занята внедренным рисунком. В качестве элементов управления можно использовать раскрывающиеся списки, гиперссылки на внешние источники данных, командные кнопки, связанные формы и т.д. Программа MS Access имеет много возможностей для создания интерактивных элементов. MS Access также предлагает для этих целей удобные режимы работы: конструктор, макет. Позволяет использовать мастера и встроенные функции, макросы, элементы ActiveX. Достаточно проявить воображение и подыскать подходящий вариант, для которого не обязательно владеть навыками программирования.

Кроме схем для знакомства с основными понятиями в БД создана форма «Словарь терминов». Форма содержит кнопки алфавита, кнопки «вперед», «назад». Позволяет быстро найти пояснения и иллюстрацию нужного термина по букве алфавита (рис.4).

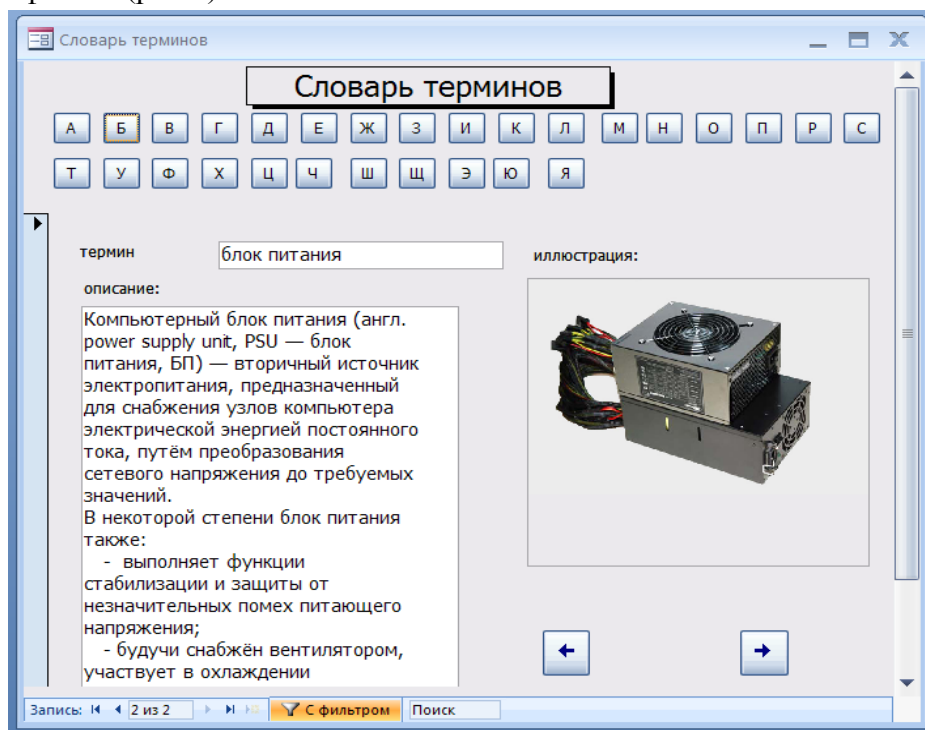


Рис.4. Форма «Словарь терминов»

Таким образом, с помощью словаря и необходимых интерактивных схем создается база знаний с предметной области, которая объединяет в себе качества справочника и учебного пособия с нелинейной структурой. Такой подход позволяет знакомиться с материалом избирательно, по собственному плану, позволяет быстро повторить и даже составить конспект, не тратя время на поиск сомнительной информации в Интернете.

Неотъемлемой характеристикой учебно-методических материалов являются вопросы для закрепления, повторения пройденного. В случае электронных образовательных материалов это компьютерные тесты для контроля и самоконтроля. Программа MS Access позволяет сконструировать различные типы компьютерных тестов: выбор одного правильного ответа из нескольких, выбор нескольких правильных ответов, на соответствие и т.д. Можно создавать контрольно-диагностические системы так, чтобы сохранялись сведения о результатах тестирования одного или нескольких учеников.

Контрольно-диагностическая система в рассматриваемом примере БД создана по типу «выбор одного правильного ответа из нескольких». Это наиболее популярный тип тестирования. Система предусматривает неограниченное количество вопросов с использованием изображений и варианты ответов к ним. Только один из вариантов ответа правильный. В зависимости от сложности

вопроса, можно назначить разное количество баллов за правильный ответ. Результаты тестирования одного ученика сохраняются и используются для оценивания и анализа ошибок.

Таблицы и связи между ними для организации нужного взаимодействия представлены на иллюстрации «Структура БД» (рис.1). Рамки статьи не вмещают подробного описания и иллюстраций всех объектов контрольно-диагностической системы, рассмотрим назначение объектов.

Для удобного заполнения таблиц данными создана форма «Создание теста» для учителя, которая предусматривает одновременное заполнение полей в таблицах «Вопросы_для_теста», «Варианты_ответа», «Учитель-варианты». Форма позволяет задать цену вопроса в баллах и пояснение к правильному ответу для работы над ошибками.

Тестирование осуществляется с помощью формы «Тестирование» для ученика, которая внешне похожа на форму для учителя. Она предназначена для просмотра данных таблиц «Вопросы_для_теста», «Варианты_ответа» и заполнения данных в таблице «Ученик-варианты». В форме созданы группа переключателей для выбора правильного ответа и кнопки перехода по записям, также предусмотрена блокировка записей от изменения в таблицах «Вопросы_для_теста», «Варианты_ответа» (рис.5).

Рис. 5. Форма «Тестирование» для ученика

Анализ тестирования и подсчет баллов осуществляются с помощью запросов «Результат», «Ошибки». Результаты тестирования выводятся в отчет «Результат», где происходит также оценивание. Ошибки, допущенные при тестировании, и пояснения к ним можно просмотреть, открыв форму «Ошибки». Для того, чтобы начать тест заново, предусмотрен запрос «Очистить», который обновляет таблицу «Ученик-варианты», заменяя все номера ответов нулями.

Запуск файла БД приводит к открыванию кнопочной формы «Главная», которая играет роль основного меню приложения и дает доступ ученику до необходимых операций. На ней присутствуют кнопки: «Начать тест», «Продолжить тест», «Результат», «Ошибки», «Словарь терминов», «Схема», «Выход из программы» (рис.6).

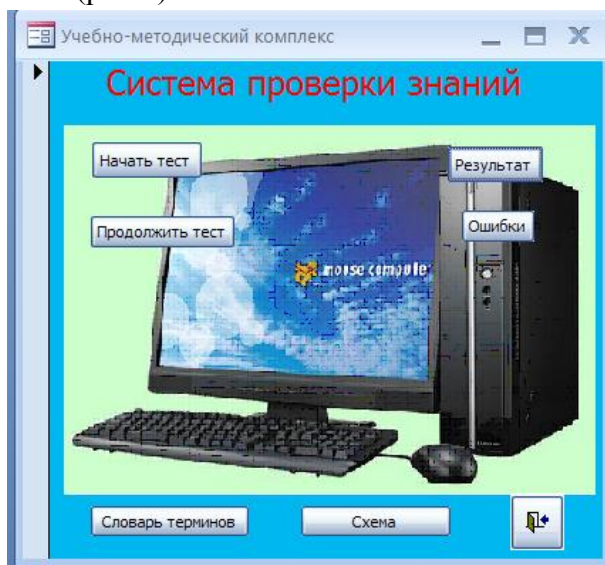


Рис. 6. Форма «Главная». Начало работы программы

Количество кнопок на главной кнопочной форме может варьироваться. Например, для просмотра нескольких интерактивных схем можно сделать кнопку выхода на «подменю». Для удобной работы учителя можно сделать для него отдельное меню приложения. Можно создать страницы доступа к базе данных и работать с учебно-методическим комплексом по сети.

Данный пример БД не является окончательно сформированным учебно-методическим комплексом и служит в качестве иллюстрации возможности применения программы MS Access в учебном процессе. Его также можно использовать как шаблон для создания подобных учебных комплексов удалив все записи из таблиц, оставив только структуру БД.

Подводя итоги, отметим следующее:

- исследование возможностей использования MS Access в учебном процессе показало очень хорошие перспективы применения программы;
- создание специализированных информационных систем в MS Access, которые можно использовать в качестве учебно-методических комплексов является хорошим тренингом для развития творческих способностей и навыков работы с офисными программами.

Результатом проведенной научно-исследовательской работы стала корректировка содержания учебного курса «Системы управления базами данных» для студентов педагогических специальностей. Добавлены новые индивидуальные и лабораторные работы для освоения возможностей применения MS Access в учебном процессе.

Литература

1. Андресен Бент Б. Мультимедиа в образовании: специальный учебный курс. Информационные технологии в образовании / 2-е изд., испр. и доп. – М. : Дрофа, 2007. – 224 с. : ил.
2. Гудина Н.А., Елисеева Е.В. Цифровые образовательные ресурсы в информационно-телекоммуникационном сопровождении системы образования: статья // ИТО-Томск-2010 / Секция II / <http://ito.edu.ru/2010/Tomsk/II/II-0-20.html>
3. Полат Е.С. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: Учебное пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров / Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина, М.В. Моисеева, А.Е. Петров; Под ред. Е. С. Полат. – М.: Издательский центр «Академия», 2002. – 272 с.
4. Трегубова О. П. Создание электронного учебника: статья / Ольга Трегубова. // Фестиваль педагогических идей «Открытый урок» / <http://festival.1september.ru/articles/526252/>

Анотація. Шамшина Н.В. Використання програми MS Access для створення електронних навчально-методичних комплексів. На прикладі створення навчально-методичного комплексу показані різноманітні можливості застосування MS Access у навчальному процесі.

Ключові слова. База знань, комп'ютерні тести, інтерактивні схеми.

Аннотация. Шамшина Н.В. Использование программы MS Access для создания электронных учебно-методических комплексов. На примере создания учебно-методического комплекса показаны разнообразные возможности применения MS Access в учебном процессе.

Ключевые слова. База знаний, компьютерные тесты, интерактивные схемы.

Summary. Shamshina N.V. Use the program MS Access for creation of electronic educational methodical complexes. On the example of creation of educational methodical complex various possibilities of application MS Access in educating are shown.

Keywords. Base of knowledge, computer tests, interactive charts.

Алфавітний покажчик

А

Андрієнко О.В.95

Б

Бабич О.167

Баштова А.І.100

Бойко О.М.24

Бойченко О.В.107

В

Великодна В.В.115

Г

Груба М.О.6

Д

Дудка О.М.171

К

Коренев О.І.123

Корнійко К.П.178

Кочерженко В.І.14

Крутько І.О.182

Кулик В.І.19

Кушнерьов О.187

Л

Лунгор І.В.62

Люльченко С.А.130

М

Мартиненко О.В.24

Могильний І.В.141

Н

Нестеренко І.О. 38

Новак І.М. 148

О

Онишкевич О.С. 32

П

Петренко С.В. 38, 47

Погребний В.Д. 53

Почерніна І.А. 56

Р

Розуменко А.О. 62

С

Семеніхіна О.В. 187

Синько Л.С. 69

Сіренко В.В. 154

Ч

Чугаєва М.О. 77

Ш

Шамшина Н.В. 194

Шарай К.О. 47

Шевченко О.О. 82

Ю

Юрченко А.О. 160

Я

Ярова А.Ю. 87

Наукове видання

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА

Збірник наукових праць

ВИПУСК 1 (5)

Друкується в авторській редакції
Матеріали подані мовою оригіналу

Відповідальний за випуск
О.В. Семеніхіна

Комп'ютерна верстка
О.М. Удовиченко

Фізико-математичний факультет
СумДПУ імені А.С. Макаренка
вул. Роменська, 87
м. Суми, 40002
тел. (0542) 68 59 10

<http://fizmatsspu.sumy.ua>